

**GEOSIMULAÇÃO E ANÁLISE ESPACIAL:
REDES NEURONAIIS E AUTÓMATOS CELULARES
NA PREVISÃO DE ALTERAÇÕES NOS PADRÕES
DE USO E OCUPAÇÃO DO SOLO**

*Jorge Rocha**
*Paulo Morgado Sousa**
*José António Tenedório***

1. Introdução

A representação do espaço geográfico em ambiente SIG é frequentemente estática. Uma parte importante dos trabalhos actuais em SIG não recorre à elaboração de modelos que combinam os elementos estruturais do território com os processos que os modificam (as acções humanas e a forma como se processam no tempo). Os modelos alternativos visam libertar o analista da visão estática do território, inculcida pela cartografia tradicional, para sublinhar a componente dinâmica como uma parte essencial para a compreensão do espaço geográfico. Assim, deverá assistir-se a uma passagem gradual da lógica formal, que preside ao raciocínio com programas de SIG e de Detecção Remota, para uma lógica de nível mais elevado, eventualmente dialéctica.

O estudo dos *sistemas complexos* – caracterizados essencialmente pela *emergência*, a *auto-organização*, a *auto-similaridade*, as *relações não lineares* e as *redes de relações hierárquicas* – recorre à lógica dialéctica e exige métodos mais avançados com forte incorporação da geocomputação.

Este contexto tem potenciado a utilização dos Autómatos Celulares (AC) como método de simulação do crescimento urbano e regional. Os Autómatos Celulares colocam um conjunto de células (*pixels*) em interacção, sendo cada uma delas(es) um “computador” (autonomização). O estado de cada célula da matriz depende do estado prévio (tempo) das células vizinhas, de acordo com um conjunto de regras de transição.

* Centro de Estudos Geográficos, Universidade de Lisboa.

** Faculdade de Ciências Sociais e Humanas, Universidade Nova de Lisboa.

Este trabalho apresenta um método para simular a evolução do uso do solo para o ano 2015, numa realidade periurbana (Almada), com recurso a autómatos celulares. Complementarmente é utilizada uma rede neuronal para aferir o grau de importância que cada variável de predição (probabilidade) tem nos constrangimentos geográficos. Estas variáveis são obtidas através do tratamento de informação em ambiente SIG.

2. Autómatos celulares com base em redes neuronais

Os modelos AC têm uma capacidade de modelação superior à dos SIG, quer ao nível do crescimento urbano, quer ao nível das alterações de usos do solo. As variáveis espaciais incluídas nos AC são actualizadas de forma dinâmica durante o ciclo iterativo o que se traduz em resultados não determinísticos. Em contraste, a generalidade dos modelos SIG encontra dificuldades em simular a evolução de uso do solo sem recorrer a regras locais e ciclos iterativos, usando quase sempre variáveis espaciais estáticas. Por outro lado, também é difícil capturar os elementos não-lineares que estão presentes em muitos dos fenómenos geográficos. Não é fácil explicar o significado teórico e intuitivo dos fenómenos quando a simulação é puramente baseada em SIG. Também os algoritmos utilizados na modelação em SIG são mais complexos que os utilizados pelos AC, tornando o processo computacionalmente mais exigente e alongando o tempo de simulação. A eficiência computacional dos AC deve-se ao facto de serem sistemas discretos e iterativos, que envolvem unicamente iterações entre regiões ao invés de um par de células. O facto de permitirem trabalhar com grandes resoluções espaciais confere aos AC uma importante vantagem em termos de modelação das dinâmicas de uso do solo (White e Engelen, 1997) e a correcta definição das regras de transição pode até permitir, durante o processo de simulação, o advento de variáveis não previstas (Wu, 1998) como por exemplo a criação de novos centros de agregação (Wu, 1998) ou as propriedades fractais das parcelas (White e Engelen, 1997).

Os modelos de AC tornaram-se bastante atractivos para as simulações em ambiente urbano porque permitem gerar resultados bastante interessantes (Xia e Yeh, 2002), constituindo uma poderosa ferramenta para compreender a cidade, vista como um sistema complexo e evolucionário. Numa cidade auto-organizada a evolução do uso é um processo intimamente ligado à história, em que a evolução passada condiciona a futura através de interacções locais entre as parcelas de terreno (Wu e Webster, 2000). Ao construir-se regras apropriadas dentro de um AC, pode-se simular um extenso conjunto de comportamentos complexos. Os AC incorporam regras simples sobre os efeitos da adjacência espacial que condicionam a dinâmica dos sistemas e dão importância a comportamentos e padrões emergentes normalmente mais complexos do que os gerados pelos modelos de equilíbrio simples.

Muito embora os AC apresentem muitas vantagens, têm um problema que reside na forma de definição das regras de transição e da estrutura do modelo. Estas são normalmente dependentes da aplicação em causa, pois muito embora existam diversos modelos de AC de natureza genérica (Wu, 1998; Batty *et al*, 1999), eles apresentam formas substancialmente diferentes: As variações devem-se à existência de diversas formas de definir as regras de transição e as estruturas dos modelos. Por exemplo, Batty e Xie (1994) utilizaram a concentração num espaço de vizinhança e uma função decrescente de distância relativamente aos centros de crescimento para determinar as probabilidades de transição, Wu e Webster (2000) definiram as regras de transição com base em métodos de análise multi-critério, enquanto White e Engelen (1993) utilizaram para o mesmo efeito uma matriz de parâmetros pre-definidos e Li e Yeh (1998 e 2000) propuseram um modelo baseado numa matriz (imagem) em tons de cinzento para acomodar o processo gradual de conversão para urbano. Estes modelos também podem incluir constrangimentos para gerar formas urbanas idealizadas (Li e Yeh, 1998 e 2002), opções e objectivos de planeamento para produzir cenários alternativos e teorias urbanas neoclássicas (Wu e Webster, 2000). Nestes modelos, têm sido propostas estruturas e regras de transição substancialmente diferentes para responder a vários objectivos e especificações. O dilema da escolha do modelo apropriado está sempre presente na medida em que existe um variado leque de opções.

Outro problema dos modelos de AC, e talvez o maior, é o da determinação das ponderações a atribuir a cada factor. No passado estes modelos apenas eram utilizados para simular o crescimento urbano na perspectiva da transição rural-urbano. A simulação deste tipo de crescimento, que apenas lida com estados binários – urbanizado ou não, é relativamente fácil, mas os modelos AC tornam-se consideravelmente mais complexos quando são introduzidos múltiplos usos, como residencial, comercial e industrial (Batty *et al*, 1999). Quando se lida com diversos usos do solo em competição entre si pelo território o número de factores de ponderação aumenta consideravelmente e os modelos tornam-se mais complexos. Existem numerosos parâmetros que precisam de ser determinados para que uma simulação reflecta um sistema urbano particular e o naipe de possíveis modelos a empregar é enorme (Batty *et al*, 1999).

A simulação envolvendo múltiplos usos do solo implica a utilização de bastantes variáveis espaciais. A contribuição de cada uma destas variáveis para a simulação é quantificada pelo peso, ou parâmetro, que lhe está associado: e existem numerosos parâmetros que têm de ser quantificados antes de se dar início à simulação. O valor destes parâmetros tem um grande peso (efeito) nos resultados da simulação, verificando-se que diferentes combinações de valores conduzem a formas urbanas totalmente diferentes (Batty *et al*, 1999). Uma forma de proceder a este tipo de calibração mas reduzindo o tempo de processamento poderá ser através da utilização de redes neuronais (RN).

As RN foram desenvolvidas à imagem do sistema de neurónios interconectados que constituem o cérebro, para que os computadores pudessem, observando os relacionamentos entre os dados, imitar a sua capacidade de discriminar padrões e aprender através da experiência. Rosenblatt (1958) é creditado com o desenvolvimento de uma das primeiras redes neuronais devido a ter criado o “perceptrão”. O perceptrão consiste num único nó que recebe informação ponderada e limita os resultados de acordo com uma regra definida. Este tipo de máquina neuronal simples é capaz de classificar dados linearmente separáveis e operacionalizar funções lineares.

O perceptrão multi-camada constitui um dos tipos de RN mais utilizados. É constituído por 3 níveis: *i*) nível de entrada, *ii*) nível escondido e *iii*) nível de saída, bem como possui a vantagem de poder identificar relacionamentos de natureza não-linear. Os algoritmos que compõem as RN calculam os pesos das variáveis de entrada e dos nós dos níveis de entrada, escondido(s) e saída recorrendo à introdução dos dados iniciais (de entrada) através de um processo designado de alimentação para a frente, que os propaga através dos níveis escondido(s) e de saída. Os sinais propagam-se de nó para nó, sendo modificados pelo peso associado a cada ligação. O nó receptor procede à soma ponderada dos valores de todos os nós do nível anterior que lhe estão conectados. A saída deste nó é então calculada em função dos valores ponderados de entrada, sendo designada de função de activação. Deste modo, os dados movem-se para a frente, de nó para nó, com a ocorrência de múltiplos somatórios ponderados, até atingirem o nível de saída.

Numa RN os pesos são determinados através da utilização de um algoritmo de treino, dos quais o mais popular é o de retropropagação (RP). O algoritmo RP selecciona ao acaso os pesos iniciais e depois compara o resultado obtido com o esperado. A diferença entre os valores obtidos e os esperados para todos os usos é sumariado através do erro médio quadrático. Depois da rede ter testado todos os usos, os pesos são modificados de acordo com a regra *delta* modificada, para que o erro total seja distribuído pelos vários nós da rede. Este processo de alimentação para a frente e retropropagação dos erros é repetido iterativamente (nalguns casos, milhares de vezes) até que o erro estabilize num nível baixo.

3. Previsão de alterações nos padrões de uso do solo

3.1. Área de estudo e evolução do uso do solo

O primeiro passo na persecução do objectivo proposto centrou-se na escolha da área teste, visando a aplicação da metodologia apresentada no ponto anterior. Esta deve ser bastante heterogénea relativamente aos usos, na medida em que o método proposto visa uma posterior extrapolação a toda a Gran-

de Área Metropolitana de Lisboa (GAML) e, portanto, como acontece sempre nestas situações, é vital escolher um espaço onde pontifiquem, na medida do possível, todas as variáveis existentes.

Esta opção é tanto mais laboriosa quanto mais complexa é a área de estudo. No caso da GAML estamos de facto perante um fenómeno territorial complexo, em virtude de se tratar do pólo dinamizador da economia nacional, detendo mais de 60% do total do emprego do Continente, nos sectores secundário e terciário e por ser o paradigma da conseqüente concentração da população e crescimento exponencial das áreas urbanas. A urbanização ocorreu, neste território, de forma casuística, provocando graves desequilíbrios, cuja principal causa, de ordem estrutural e funcional, se deve ao facto de a evolução da economia não ter sido acompanhada pelas necessárias medidas de ordenamento do território (Machado *et al*, 1997). O concelho de Almada, como espaço integrado da Grande Área Metropolitana de Lisboa, apresentou-se desde o início como um espaço privilegiado para a aplicação da metodologia desenvolvida.

A escolha deste concelho prende-se com diversos factores de grande importância: bastante próximo da cidade-centro (Lisboa), gozando de acessibilidade acrescida pela construção da Ponte sobre o Tejo, da possibilidade de expansão urbana e de potencialidades naturais raras, o território concelhio assistiu, entre 1967 e 1986, a uma pressão urbanística desmedida que se traduziu numa ocupação irreversível do solo mesmo em áreas de fortes restrições físicas. Entre 1960 e 1991, a sua população não deixou de crescer, ainda que em ritmos diferenciados; a dependência em termos de emprego é uma realidade que os movimentos pendulares entre Lisboa e Almada corroboram; as suas praias impuseram-se como alternativa às da linha do Estoril; a segunda residência assume no concelho uma forma de habitação com grande peso percentual. A envergadura e rapidez destes processos não podia deixar de ter expressão cartográfica significativa (Figuras 1, 2 e 3).

O período de análise escolhido (1967 a 1991) parece suficientemente lato para evidenciar, recensear em tipo e área, avaliar e interpretar as grandes modificações de uso do solo entretanto ocorridas. A sua escolha prende-se também com o facto de a primeira cobertura aérea utilizada (1967) ter sido realizada um ano após a abertura da Ponte sobre o Tejo.

A quantificação da informação contida nas cartas de uso solo (figura 4) permite corroborar tudo o que até agora foi afirmado. Avaliando a situação, em 1986, e a dinâmica do uso do solo, entre 1967 e 1986, verifica-se que a carta de uso do solo de 1986 representa um território diferenciadamente edificado. De um total de 7156,51 ha, 35% dizem respeito a áreas construídas e deste valor 15,7% referem-se unicamente à área de habitação essencialmente unifamiliar: a nível concelhio é este o uso que, depois da área agrícola (2115,67 ha) e da mata (1548,95 ha), ocupa maior superfície, cerca de 1125 ha.

Figura 1 – Uso do solo em Almada em 1967

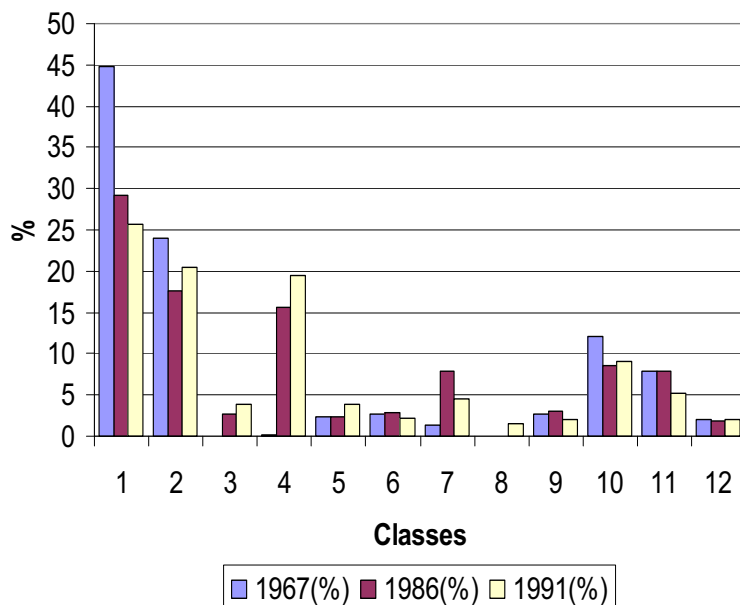
Figura 2 – Uso do solo em Almada em 1986

Figura 3 – Uso do solo em Almada em 1991

Tomando em consideração a classificação utilizada, pode-se concluir

que dos 2115,67 ha de área agrícola calculada (cerca de 30% em relação ao total de usos), a maior parte não tem qualquer significado produtivo. De facto, algumas áreas, embora apresentando potencialidades agro-florestais, estão em situação expectante face a previsíveis usos urbanos pelo que, melhor se deveriam denominar “incultos urbanos” dado o abandono e dispersão que frequentemente apresentam entre conjuntos de lotes e edifícios, do foro legal, onde se tornou difícil ou mesmo impossível, qualquer prática agrícola de rendimento. Deste modo decorre o empolamento do peso da área agrícola em todo o concelho.

Figura 4 – Evolução do uso do solo em Almada entre os anos de 1967, 1986 e 1991



Entre 1980 e 1991 mantiveram-se as tendências dos anos anteriores embora a um ritmo não tão acentuado. As classes “naturais” continuaram a perder importância relativa face às classes “artificiais”, com especial incidência para a agrícola que perdeu 4%, cifrando-se em 1991 em cerca de 26 % da área total do concelho. O grande crescimento verificou-se ao nível dos usos urbanos como a habitação plurifamiliar e principalmente a unifamiliar (grande consumidora de espaço e bastante influenciada pelo mercado de segunda habitação). O facto mais grave é que este crescimento não foi acompanhado pelo crescimento das áreas de equipamentos e infra-estruturas que se mantiveram relativamente estáveis durante o período.

3.2. Implementação do modelo

O modelo utilizado é baseado em cinco fases sequenciais: *i*) processamento/codificação da informação de forma a criar níveis espaciais a partir das variáveis de previsão; *ii*) aplicação de regras espaciais que relacionem as variáveis de previsão com a transformação de uso do solo em cada local da área; *iii*) integração de todos os níveis de informação utilizando uma de três técnicas (regressão logística, análise multi-critério ou redes neuronais) e *iv*) seriação dos dados de maneira a criar uma série temporal que permita prever futuros usos.

Na fase 1 – *processamento dos dados espaciais* – os dados de entrada são gerados a partir de uma série de níveis de base integrados e geridos em ambiente SIG. Esta base de dados contém informação tanto em formato vectorial como em formato matricial e foi constituída com o propósito de fornecer a informação espacial básica para a simulação. Os níveis de informação representam temáticas diversas como o histórico dos usos do solo (e.g. floresta, urbano), a topografia ou elementos da paisagem (e.g. estradas). Muito embora a base de dados contenha informação em formato matricial e vectorial, esta última teve que ser convertida em matricial (pixel 10 x 10 m), de modo a viabilizar a simulação. Como a grande maioria dos modelos de AC, o modelo proposto assenta sobre uma estrutura celular. Por fim, os pixels são codificados de forma a representarem constrangimentos ou probabilidades de ocorrência. No primeiro caso representam *layers* binários, onde o “0” representa ausência e o “1” presença e, no segundo caso, constituem variáveis contínuas.

Para a fase 2 – *aplicação de regras de transição* – os dados de entrada são desenvolvidos recorrendo a um conjunto de regras de transição que quantificam os efeitos espaciais que as células de previsão detêm nas mudanças de uso do solo (Pijanowski *et al.*, 2000). Foram utilizadas duas classes de regras de transição: *i*) vizinhanças ou densidades e *ii*) distância às células de previsão. Os efeitos de vizinhança são baseados na premissa que a composição das células vizinhas (i.e. janela de vizinhança) tem efeito na tendência de uma célula central mudar de uso. Por seu lado, as regras de transição espacial baseadas na distância relacionam a distância euclidiana entre cada célula e a variável de previsão mais próxima.

Certas localizações são codificadas de forma a inviabilizarem quaisquer mudanças. Esta acção torna-se necessária em zonas, dentro das quais, a expansão urbana é interdita (e.g. Reserva Ecológica Nacional – REN). Nestes casos utilizou-se “0” para codificar todas as células onde a mudança não se pode verificar, atribuindo-se “1” a todas as outras. Posteriormente, foi calculado o produto de todos estes níveis, obtendo-se um único nível correspondente às “zonas de exclusão”.

A fase 3 – *integração das variáveis de previsão* – a integração das vari-

áveis de previsão pode ser feita através de regressão logística, análise multi-critério (Pijanowski *et al*, 2000) ou redes neuronais (Pijanowski *et al*, 2002). Cada um destes processos requer uma forma diferente de normalização dos dados. Neste caso optou-se pela utilização das RN, dimensionando-se todos os ficheiros relativamente a um *layer* de referência, neste caso o limite administrativo do concelho de Almada (célula de 10 x 10 m). O resultado desta fase é um mapa de probabilidade de mudança para cada célula, obtido por integração através da RN de todos os valores de mudança derivados de todas as variáveis de predição.

A fase 4 – *indexação temporal* – a quantidade de células (território) que se prevê que transite para um tipo uso diferente (quadro 1) é calculada recorrendo às cadeias de *Markov*. Neste caso, a matriz da probabilidade da transição é o resultado do cruzamento das duas imagens de treino (uso do solo inicial e final) ajustadas pelo erro proporcional. A matriz da área da transição é produzida pela multiplicação de cada coluna na matriz da probabilidade da transição pelo número das células do uso do solo correspondente na imagem mais antiga. O erro proporcional expressa a probabilidade das classes uso do solo no mapas da entrada estarem incorrectas (isto é, 0.0 indicaria um mapa perfeitamente exacto). As probabilidades condicionais da saída são multiplicadas por “1 – erro proporcional” para produzir os valores finais da probabilidade condicional.

Quadro 1 – Probabilidades de transição de usos entre 1991 e 2015

CLASSES		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	Área Agrícola	0.74	0.01	0.07	0.07	0.00	0.00	0.02	0.00	0.10	0.00	0.00	0.00
2	Floresta	0.00	0.75	0.00	0.00	0.00	0.00	0.16	0.00	0.06	0.04	0.00	0.00
3	Habitação Plurifamiliar	0.00	0.00	0.58	0.42	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	Habitação Unifamiliar	0.00	0.00	0.17	0.83	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	Área Militar	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	Área Portuária/Industrial	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.91	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.05
7	Grandes Equipamentos	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.15	0.85	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	Inculto	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	Loteamento	0.06	0.00	0.05	0.61	0.00	0.00	0.04	0.02	0.20	0.01	0.02	0.00
10	Mato	0.00	0.10	0.00	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.73	0.00	0.00
11	Núcleo Consolidado Antigo	0.00	0.00	0.00	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.85	0.00
12	Praia	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.16	0.00	0.00	0.84

Este artigo demonstra que as redes neuronais podem ser conveniente-

mente incorporadas com autómatos celulares para simular a evolução de múltiplos usos do solo. O método proposto pode obviar a algumas das dificuldades impostas pelos modelos de autómatos celulares tradicionais, na simulação de sistemas urbanos complexos e múltiplas alterações de uso e ocupação do solo, através da redução significativa do tempo necessário para definir os valores dos parâmetros, as regras de transição e as estruturas do modelo. O SIG permite a fácil obtenção de dados de treino que permitem calibrar modelo e obter, com facilidade, o valor dos referidos parâmetros. Esta abordagem tem como principal vantagem o facto de conseguir lidar com dados de entrada incompletos e erróneos e da superfície de previsão gerada ser claramente não linear, a qual abre um leque de probabilidades bastante superior ao das superfícies obtidas pelos modelos de regressão (linear) tradicionais. Em grande parte dos fenómenos geográficos, as variáveis encontram-se correlacionadas e os métodos tradicionais, como as técnicas de análise multi-critério, são inadequados para avaliar os pesos correctos das variáveis (correlacionadas). No modelo de autómatos celulares com base em redes neurais, as variáveis espaciais não têm necessariamente que ser independentes umas das outras.

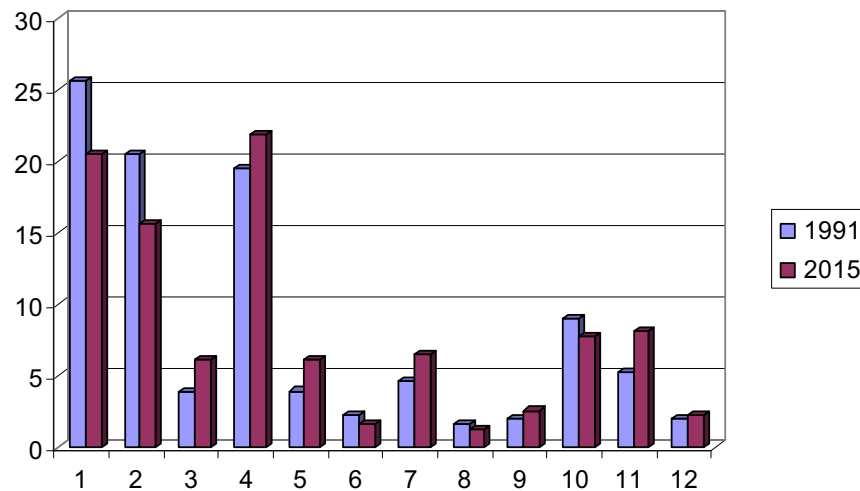
4. Resultados e comentários finais

Quando a análise incide sobre múltiplos usos do solo, a calibração dos autómatos celulares afigura-se bastante complexa. Os modelos de calibração tradicionais não são robustos porque assentam principalmente em abordagens do tipo tentativa e erro. Estas abordagens envolvem o teste de um conjunto variado de possíveis combinações de parâmetros de forma a tentar atingir o melhor ajustamento possível. Este é ainda um processo computacionalmente intensivo, pois existem inúmeras combinações possíveis, além de que assenta em algoritmos muito dependentes da aplicação. As redes neurais são bastante robustas e funcionam satisfatoriamente na calibração de modelos de simulação, com recurso a algoritmos de retropropagação. Neste estudo, o processo de treino da rede neuronal determina automaticamente o valor dos parâmetros (pesos), os quais são posteriormente importados para o modelo de autómatos celulares de forma a simular as múltiplas alterações de uso e ocupação do solo. O método desenvolvido torna o processo de previsão mais célere que nos modelos AC tradicionais, embora ainda possa ser considerado computacionalmente pesado.

Relativamente aos valores apurados, e.g. mapa de uso do solo para 2015 (figuras 5 e 6), pode-se observar que: i) o resultado obtido é coerente com as recentes tendências de uso do solo observadas no concelho; ii) prevê-se que a agricultura continue a perder importância percentual para a habitação; iii) e que existe uma tendência para a colmatção dos espaços-ilha.

Figura 5 – Simulação de evolução do uso do solo para 2015

Figura 6 – Previsão de evolução do uso do solo em Almada entre os anos de 1991 e 2015



Referências Bibliográficas

- BATTY, M. e XIE, A. (1994), «From Cells to Cities», in *Environment and Planning B*, 21, 531-548.
- BATTY, M. *et al.* (1999), «Modelling urban dynamics through GIS-based cellular automata», in *Computer, Environment and Urban Systems*, 23, 205–233.
- LI, X. e YEH, A. (1998), «Principal component analysis of stacked multi-temporal images for the monitoring of rapid urban expansion in the Pearl River Delta», in *International Journal of Remote Sensing*, 19, 1501–1518.
- LI, X. e YEH, A. (2002), «Neural-network-based cellular automata for simulating multiple land use changes using GIS» in *International Journal of Geographical Information Science*, 16 (4), 323-343.
- MACHADO, J. *et al.* (1997), «Os Planos Directores Municipais da Área Metropolitana de Lisboa. Emergência de uma futura base de dados para um novo planeamento regional», in *Proceedings do ESIG/97*, Junho, Lisboa (polic.).
- PIJANOWSKI, B. *et al.* (2002). «Using neural networks and GIS to forecast land use changes: a land transformation model», in *Computers, Environment and Urban Systems*, 26, 553-575.
- PIJANOWSKI, B. *et al.* (2000), «A land transformation model: integrating policy, socioeconomics and environmental drivers using a geographic information system», in L. HARRIS e J. SANDERSON (eds.) *Landscape Ecology. A Top-Down Approach*, Lewis Publishers, Boca Raton, 183-199.
- ROSENBLATT, F. (1958), «The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain», in *Psychological Review*, 65, 386–408.

- WHITE, R. e ENGELEN, G. (1997), «Cellular Automata as the Basis of Integrated Dynamic Regional Modelling», in *Environment and Planning B*, 24, 235–246.
- WU, F. (1998), «An experiment on the generic polycentricity of urban growth in a cellular automatic city», in *Environment and Planning B*, 25, 103–126.
- WU, F. e WEBSTER, C. (2000), «Simulating artificial cities in a GIS environment: urban growth under alternative regulation regimes», in *International Journal of Geographical Information Science*, 14, 625–648.
- XIA, L. e YEH, A. (2002), «Neural-network-based cellular automata for simulating multiple land use changes using GIS», in *International Journal of Geographical Information Science*, 14 (6), 323-343.