



Inteligência Artificial

Prof. Tiago A. E. Ferreira
Aula 6 – Busca Cega



Busca Cega (Exaustiva)

- Estratégias para determinar a ordem de expansão dos nós:
 1. Busca em largura
 2. Busca de custo uniforme
 3. Busca em profundidade
 4. Busca com aprofundamento iterativo
- Direção da expansão:
 1. Do estado inicial para um estado final
 2. De um estado final para o estado inicial
 3. Busca bi-direcional

Critérios de Avaliação das Estratégias de Busca



- Completude(completeza):
 - a estratégia **sempre** encontra uma solução quando existe alguma?
- Custo do tempo:
 - quanto **tempo** gasta para encontrar uma solução?
- Custo de memória:
 - quanta **memória** é necessária para realizar a busca?
- Qualidade/Otimização (*optimality*):
 - a estratégia encontra **a melhor solução** quando existem soluções diferentes?
 - menor custo de caminho

Busca em Largura

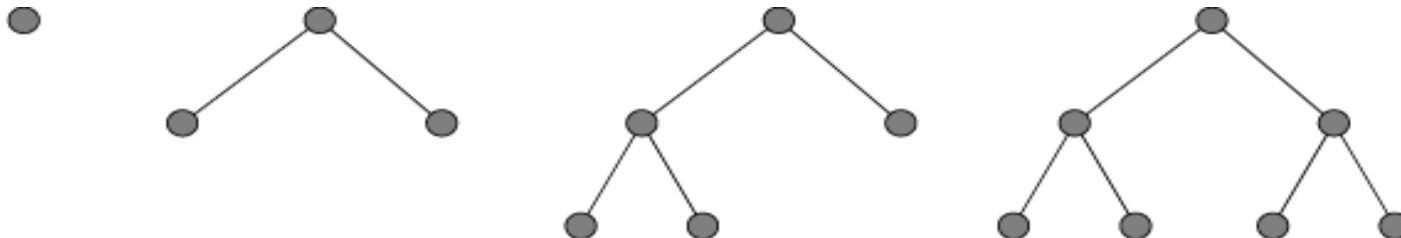
- Ordem de expansão dos nós:
 1. Nó raiz
 2. Todos os nós de profundidade 1
 3. Todos os nós de profundidade 2, etc...

- Algoritmo:

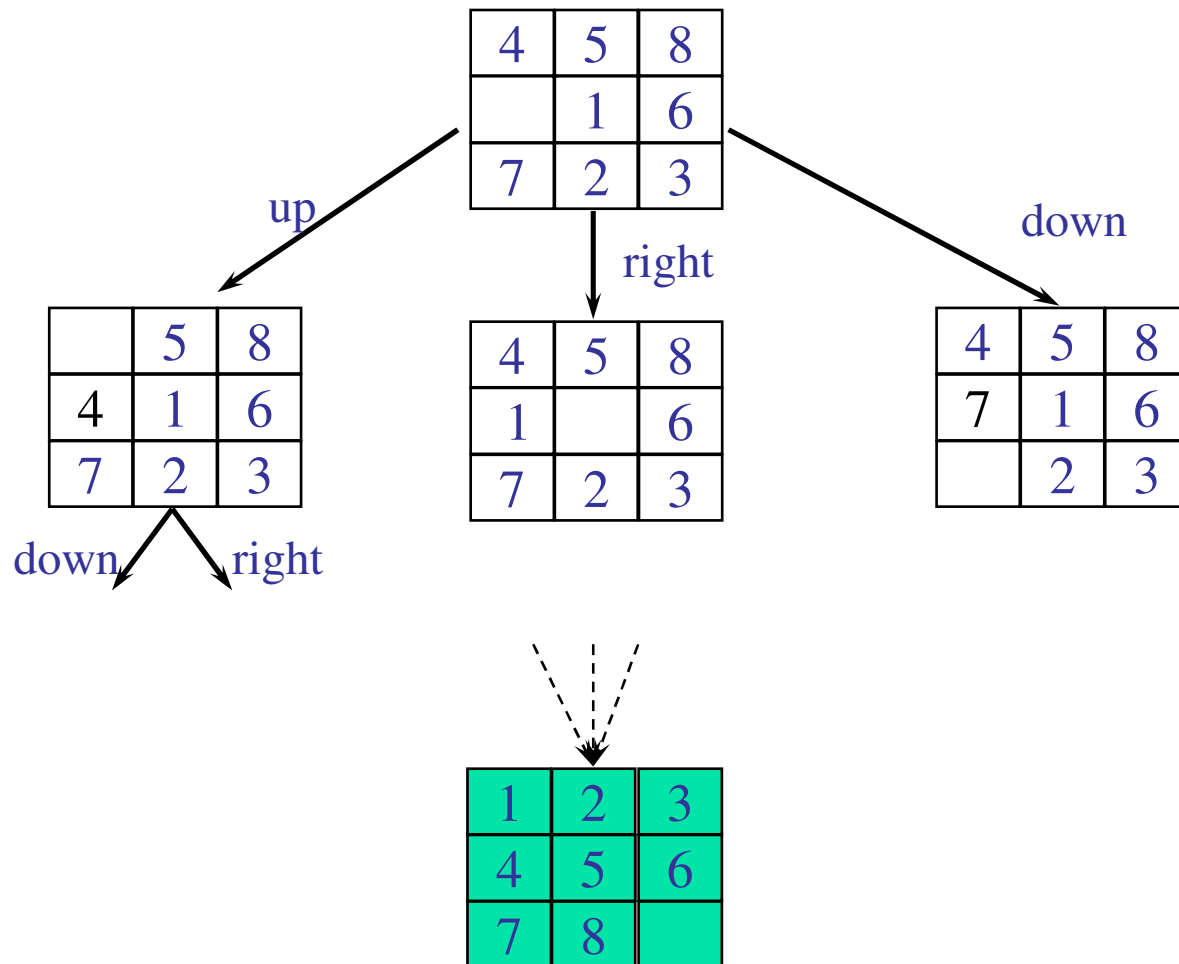
função **Busca-em-Largura** (*problema*)

retorna **uma solução ou falha**

Busca-Genérica (*problema*, Inserir-no-Fim)



Exemplo: Jogo dos 8 números





Busca em Largura

- Esta estratégia é *completa*
- É *ótima* ?
 - Sempre encontra a solução mais “rasa”
 - que nem sempre é a solução de menor **custo de caminho**, caso os operadores tenham valores diferentes.
- É *ótima* se
 - $\forall n, n' \text{ profundidade}(n') \geq \text{profundidade}(n) \Rightarrow$
 $\text{custo de caminho}(n') \geq \text{custo de caminho}(n)$.
 - A função **custo de caminho** é não-decrescente com a profundidade do nó.
 - Essa função acumula o custo do caminho da origem ao nó atual.
 - Geralmente, isto só ocorre quando todos os operadores têm o mesmo custo (=1)



Busca em Largura

- Fator de expansão da árvore de busca: **número de nós gerados a partir de cada nó (b)**
- Custo de tempo:
 - se o fator de expansão do problema = b , e a primeira solução para o problema está no nível d ,
 - então o número máximo de nós gerados até se encontrar a solução = $1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^d$
 - **custo exponencial** = $O(b^d)$.
- Custo de memória:
 - a *fronteira* do espaço de estados deve permanecer na memória
 - é um problema mais crucial do que o tempo de execução da busca

Busca em Largura

- Esta estratégia só dá bons resultados quando a *profundidade* da árvore de busca é *pequena*.
- Exemplo:
 - fator de expansão $b = 10$
 - 1.000 nós gerados por segundo
 - cada nó ocupa 100 bytes

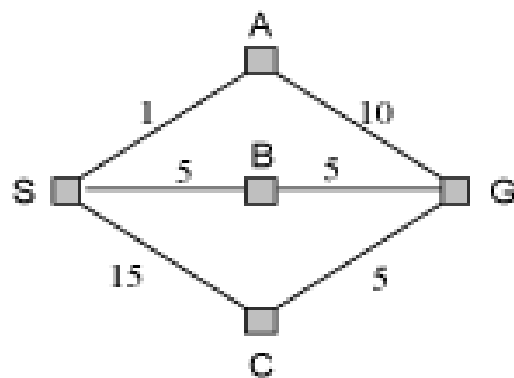
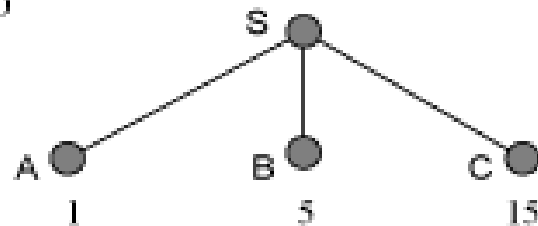
Profundidade	Nós	Tempo	Memória
0	1	1 milissegundo	100 bytes
2	111	0.1 segundo	11 quilobytes
4	11111	11 segundos	1 megabytes
6	10^6	18 minutos	111 megabytes
8	10^8	31 horas	11 gigabytes
10	10^{10}	128 dias	1 terabyte
12	10^{12}	35 anos	111 terabytes
14	10^{14}	3500 anos	11111 terabytes



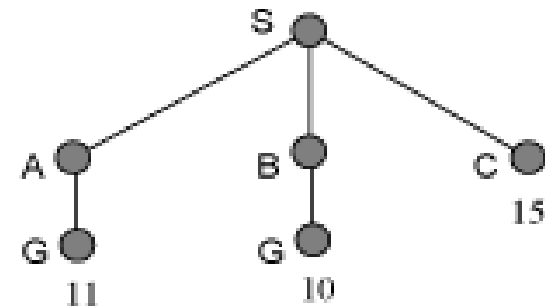
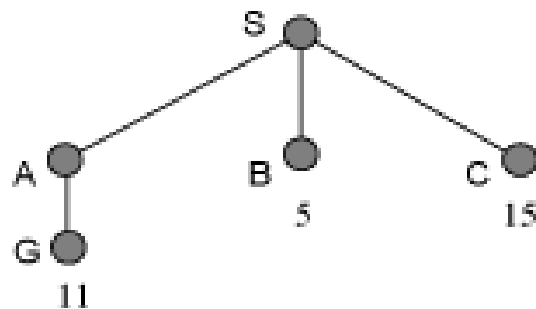
Busca de Custo Uniforme

- Modifica a busca em largura:
 - expande o nó da fronteira com menor custo de caminho na fronteira do espaço de estados
 - cada operador pode ter um custo associado diferente, medido pela função $g(n)$, para o nó n .
 - onde $g(n)$ dá o custo do caminho da origem ao nó n
- Na busca em largura: **$g(n) = \textit{profundidade}(n)$**
- Algoritmo:
função **Busca-de-Custo-Uniforme (*problema*)**
 retorna **uma solução ou falha**
Busca-Genérica (*problema*, Insere-Ordem-Crescente)

Busca de Custo Uniforme



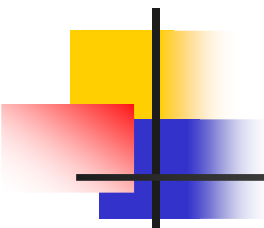
(a)



(b)

Busca de Custo Uniforme

Fronteira do exemplo anterior



- $F = \{S\}$
 - testa se S é o estado objetivo, expande-o e guarda seus filhos A , B e C ordenadamente na fronteira
- $F = \{A, B, C\}$
 - testa A , expande-o e guarda seu filho GA ordenadamente
 - **obs.:** o algoritmo de geração e teste guarda na fronteira todos os nós gerados, testando se um nó é o objetivo apenas quando ele é retirado da lista!
- $F = \{B, GA, C\}$
 - testa B , expande-o e guarda seu filho GB ordenadamente
- $F = \{GB, GA, C\}$
 - testa GB e para!



Busca de Custo Uniforme

- Esta estratégia é *completa*
- É *ótima* se
 - $g(\text{sucessor}(n)) \geq g(n)$
 - custo de caminho **no mesmo caminho** não decresce
 - i.e., não tem operadores com **custo negativo**
 - caso contrário, teríamos que expandir todo o espaço de estados em busca da melhor solução.
 - Ex. Seria necessário expandir também o nó C do exemplo, pois o próximo operador poderia ter custo associado = -13, por exemplo, gerando um caminho mais barato do que através de B
- Custo de tempo e de memória
 - teoricamente, igual ao da Busca em Largura



Busca em Profundidade

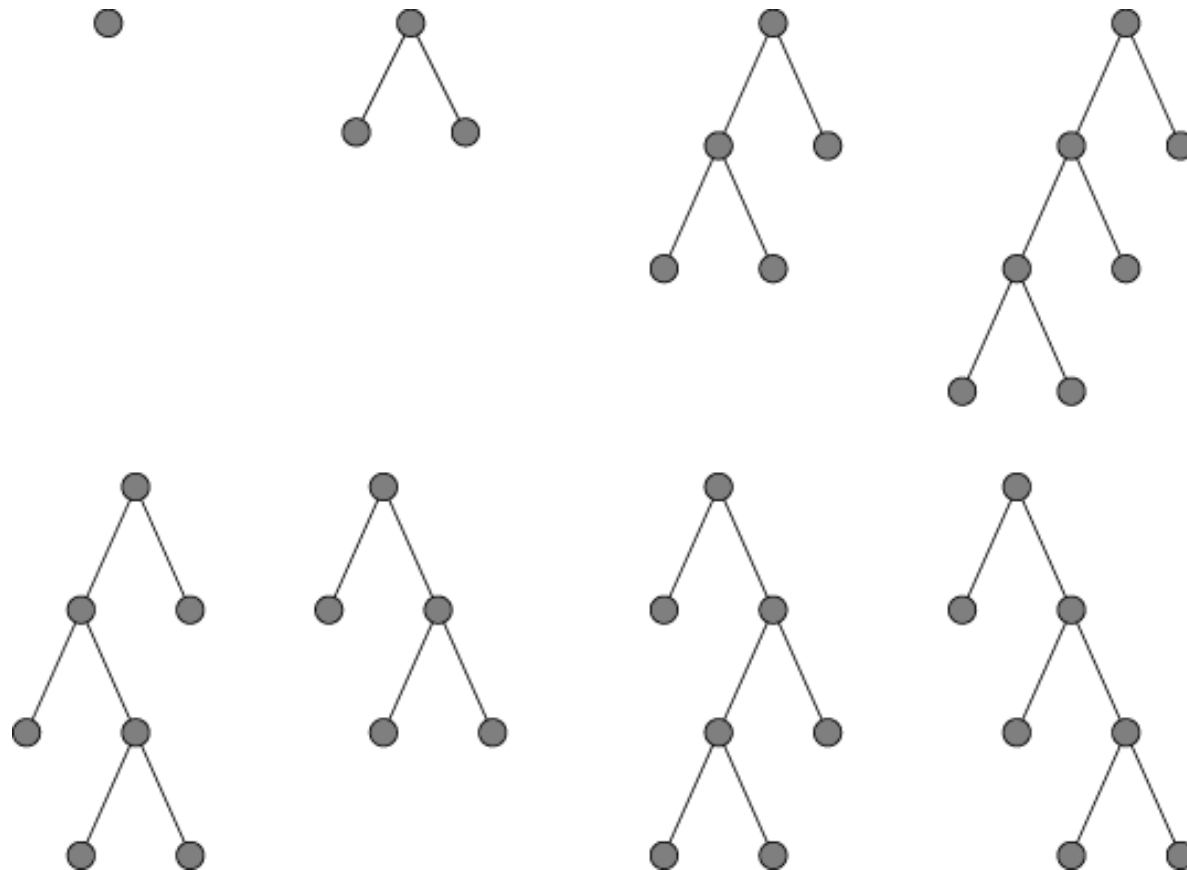
- Ordem de expansão dos nós:
 - sempre expande o nó no *nível mais profundo* da árvore:
 1. nó raiz
 2. primeiro nó de profundidade 1
 3. primeiro nó de profundidade 2, etc....
 - Quando um nó final não é solução, o algoritmo volta para expandir os nós que ainda estão na fronteira do espaço de estados
- Algoritmo:

função Busca-em-Profundidade (*problema*)

retorna **uma solução ou falha**

Busca-Genérica (*problema*, Inserir-no-Começo)

Busca em Profundidade





Busca em Profundidade

- Esta estratégia não é *completa* nem é *ótima*.
- Custo de memória:
 - mantém na memória o caminho que está sendo expandido no momento, e os nós irmãos dos nós no caminho (para possibilitar o *backtracking*)
 - ⇒ necessita armazenar apenas $b.m$ nós para um espaço de estados com fator de expansão b e profundidade m , onde m pode ser maior que d (profundidade da 1a. solução).
- Custo de tempo:
 - $O(b^m)$, no pior caso.



Busca em Profundidade

- **Para problemas com várias soluções, esta estratégia pode ser bem mais rápida do que busca em largura.**
- **Esta estratégia deve ser evitada quando as árvores geradas são muito *profundas* ou geram *caminhos infinitos*.**



Busca com Aprofundamento Iterativo

- **Evita o problema de caminhos muito longos ou infinitos impondo um limite máximo (l) de profundidade para os caminhos gerados.**
 - $l \geq d$, onde l é o limite de profundidade e d é a profundidade da primeira solução do problema
- **Esta estratégia tenta limites com valores crescentes, partindo de zero, até encontrar a primeira solução**
 - fixa profundidade = i , executa busca
 - se não chegou a um objetivo, recomeça busca com profundidade = $i + n$ (n qualquer)
 - piora o tempo de busca, porém melhora o custo de memória!
- **Igual à Busca em Largura para $i=1$ e $n=1$**



Busca com Aprofundamento Iterativo

- Combina as vantagens de *busca em largura* com *busca em profundidade*.
- É *ótima e completa*
 - com $n = 1$ e operadores com custos iguais
- Custo de memória:
 - necessita armazenar apenas $b \cdot d$ nós para um espaço de estados com fator de expansão b e limite de profundidade d
- Custo de tempo:
 - $O(b^d)$
- Bons resultados quando o espaço de estados é *grande* e de *profundidade desconhecida*.

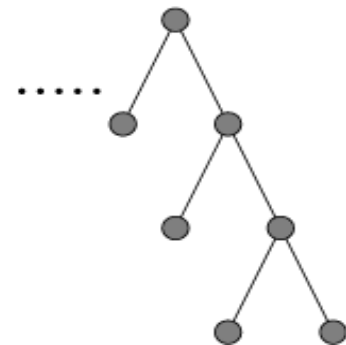
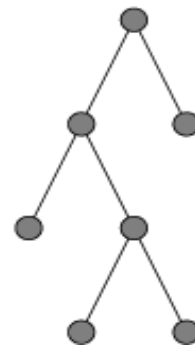
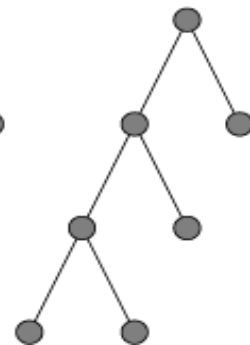
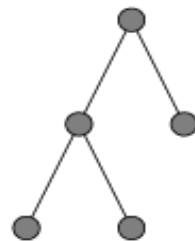
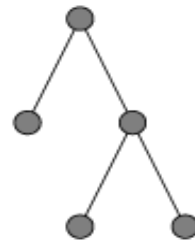
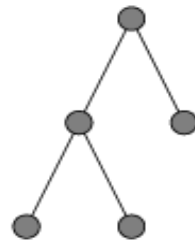
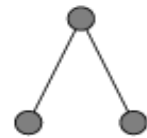
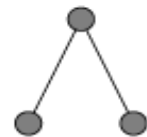
Busca com Aprofundamento Iterativo

Limit = 0 ●

Limit = 1 ●

Limit = 2 ●

Limit = 3 ●

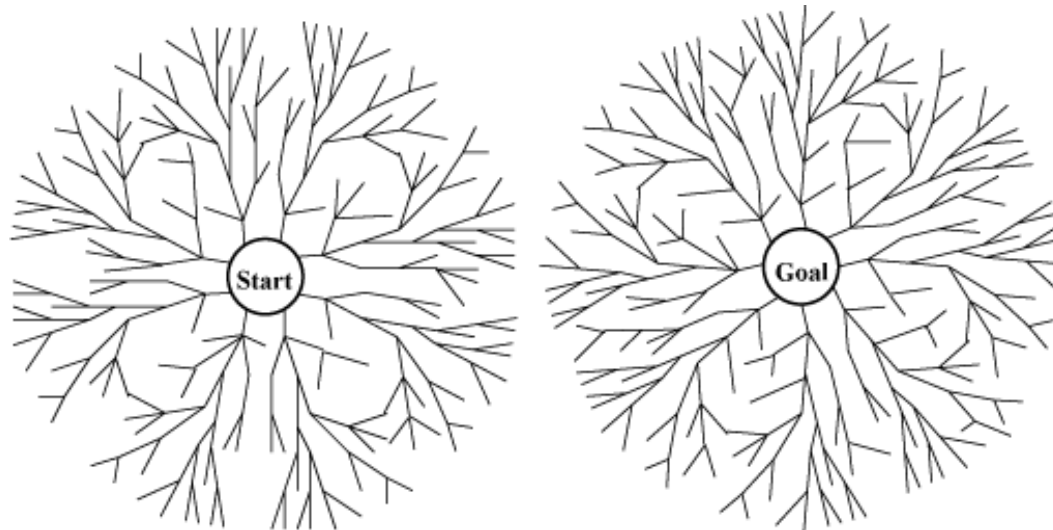


Comparando Estratégias de Busca Exaustiva

Critério	Largura	Custo Uniforme	Profundidade	Aprofundamento Iterativo
Tempo	b^d	b^d	b^m	b^d
Espaço	b^d	b^d	bm	bd
Otima?	Sim	Sim*	Não	Sim
Completa?	Sim	Sim	Não	Sim

Busca Bidirecional

- Busca em duas direções:
 - para frente, a partir do nó inicial, e
 - para trás, a partir do nó final (objetivo)
- A busca pára quando os dois processos geram um mesmo estado intermediário.
- É possível utilizar *estratégias* diferentes em cada direção da busca.

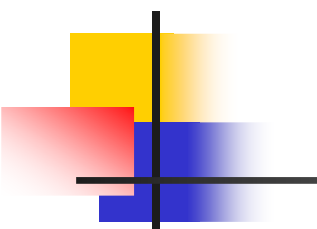




Busca Bidirecional

- Custo de tempo:
 - Se fator de expansão b nas duas direções, e a profundidade do último nó gerado é d : $O(2b^{d/2}) = O(b^{d/2})$
- Custo de memória: **$O(b^{d/2})$**
- Busca para trás gera *predecessores* do nó final
 - se os operadores são **reversíveis**:
 - conjunto de predecessores do nó = conjunto de sucessores do nó
 - porém, esses operadores podem gerar árvores *infinitas*!
 - **caso contrário**, a geração de predecessores fica muito difícil
 - descrição desse conjunto é uma propriedade abstrata
 - e.g., como determinar exatamente todos os estados que precedem um estado de xeque-mate?
 - problemas também quando existem muitos estados finais (objetivos) no problema.

Evitar Geração de Estados Repetidos

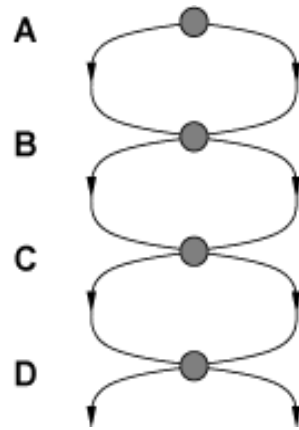
- 
- Problema geral em Busca
 - expandir estados presentes em caminhos já explorados
 - É inevitável quando existe operadores reversíveis
 - ex. encontrar rotas, canibais e missionários, 8-números, etc.
 - a árvore de busca é potencialmente infinita
 - Idéia
 - **podar** (prune) estados repetidos, para gerar apenas a parte da árvore que corresponde ao grafo do espaço de estados (que é finito!)
 - mesmo quando esta árvore é finita...evitar estados repetidos pode reduzir exponencialmente o custo da busca

Evitar Geração de Estados Repetidos

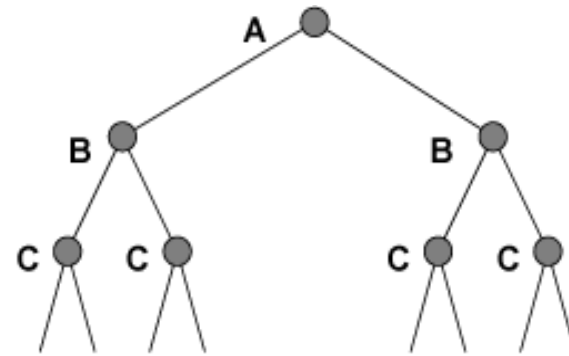
Exemplo:

- $(m + 1)$ estados no espaço $\Rightarrow 2^m$ caminhos na árvore

Espaço de estados



Árvore de busca



Questões

- Como evitar expandir estados presentes em caminhos já explorados?
- Em ordem crescente de eficácia e custo computacional?



Evitar Estados Repetidos: soluções

1. Não retornar ao estado “pai”
 - função que rejeita geração de sucessor igual ao pai
2. Não criar caminhos com ciclos
 - não gerar sucessores para qualquer estado que já apareceu no caminho sendo expandido
3. Não gerar qualquer estado que já tenha sido criado antes (em qualquer ramo)
 - requer que todos os estados gerados permaneçam na memória
 - custo de memória: $O(b^d)$
 - pode ser implementado mais eficientemente com *hash tables*



Tensão (trade-off) básica

- Problema:
 - Custo de armazenamento e verificação
- Solução
 - depende do problema
 - quanto mais “loops”, mais vantagem em evitá-los!