Redes Neurais Artificiais: Funções de Base Radial

Prof. Dr. Guilherme de Alencar Barreto

Depto. Engenharia de Teleinformática (DETI/UFC)

URL: www.deti.ufc.br/~guilherme

Email: guilherme@deti.ufc.br

Outubro/2008

Ementa

1. Redes de Funções de Base Radial (RBF)
2. Arquitetura da Rede RBF
3. Função de Base Radial Gaussiana
4. Outros Tipos de Funções de Base Radial
5. Funcionamento da Rede RBF
6. Aproximação de Função em 1-D (Noção Intuitiva)
7. Aproximação de Função em 2-D (Noção Intuitiva)
8. Projeto de uma Rede RBF (Seleção Aleatória de Centros)

1. Redes de Funções de Base Radial

Assim, como a rede MLP, redes de Funções de Base Radial (RBFN – *Radial Basis Functions Networks*) são redes neurais multicamadas (i.e com neurônios ocultos não-lineares).

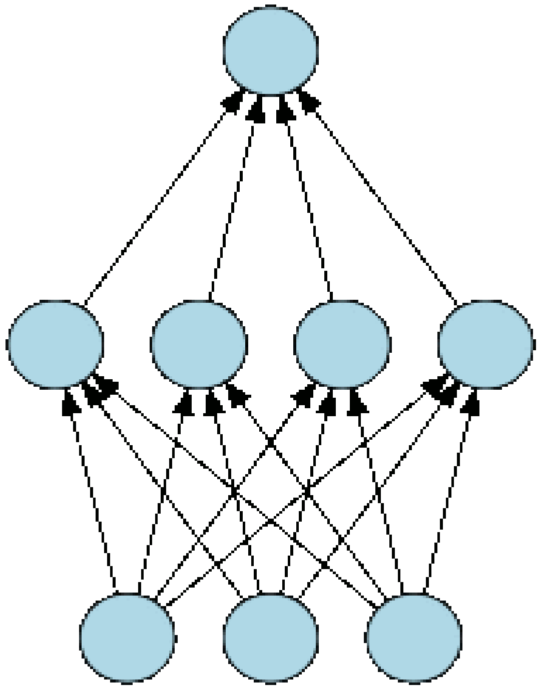
Portanto, redes RBF podem resolver problemas não-linearmente separáveis (e.g. XOR).

A principal diferença é que a rede RBF tem apenas uma única camada oculta, cujos neurônios possuem função de ativação gaussiana, em vez de sigmoidal.

Os neurônios de saída são neurônios M-P comuns.

2. Arquitetura da Rede RBF

Arquitetura da rede RBF



Neurônios de saída (o_k)

Pesos de saída (m_{ki})

Funções de base radial (z_i)

Pesos ou centros ($\mathbf{w}_i$)

Entrada ($\mathbf{x}$)

3. Função de Base Radial Gaussiana

Ativação do *i*-ésimo neurônio oculto da rede RBF

$$u_i(t) = \|\mathbf{x}(t) - \mathbf{w}_i(t)\|$$
$$= \sqrt{(x_1(t) - w_{i1}(t))^2 + \cdots + (x_p(t) - w_{ip}(t))^2}$$

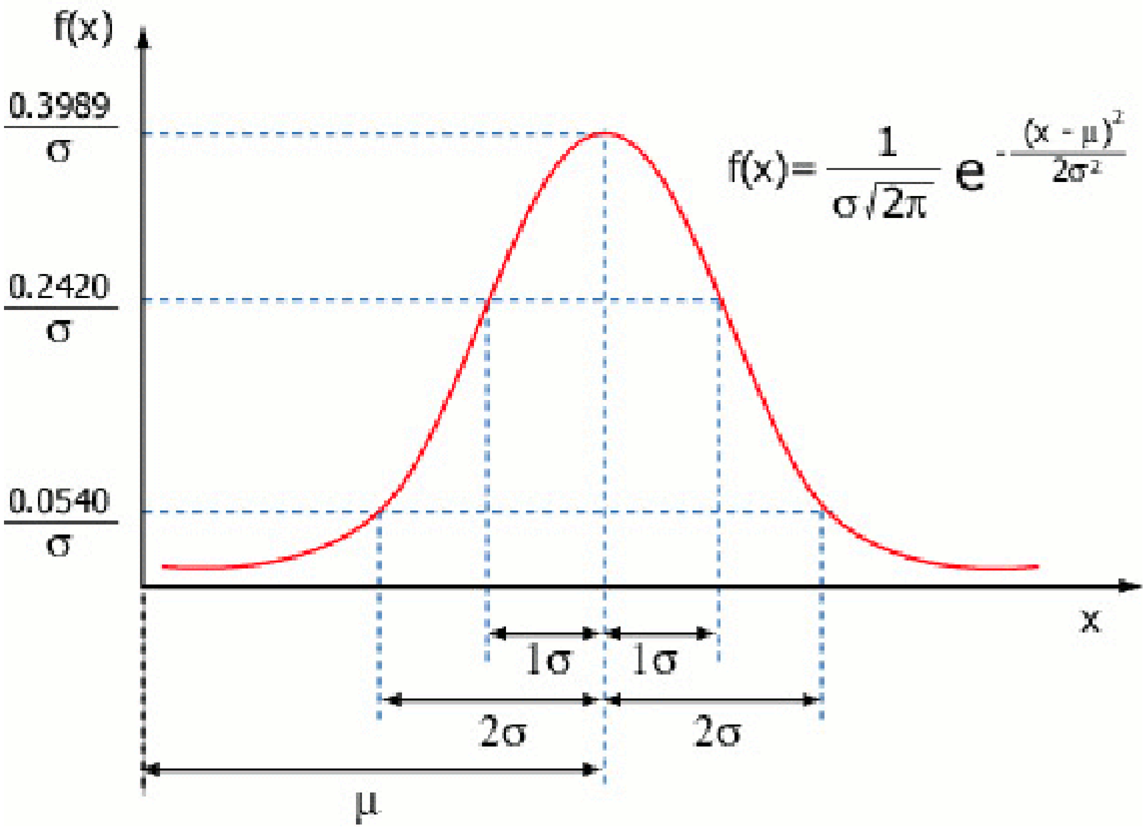
Saída do *i*-ésimo neurônio oculto da rede RBF

$$z_i(t) = \varphi(u_i(t)) = \exp\left[-\frac{u_i^2(t)}{2\sigma^2}\right]$$

onde σ é o raio ou abertura da função de ativação.

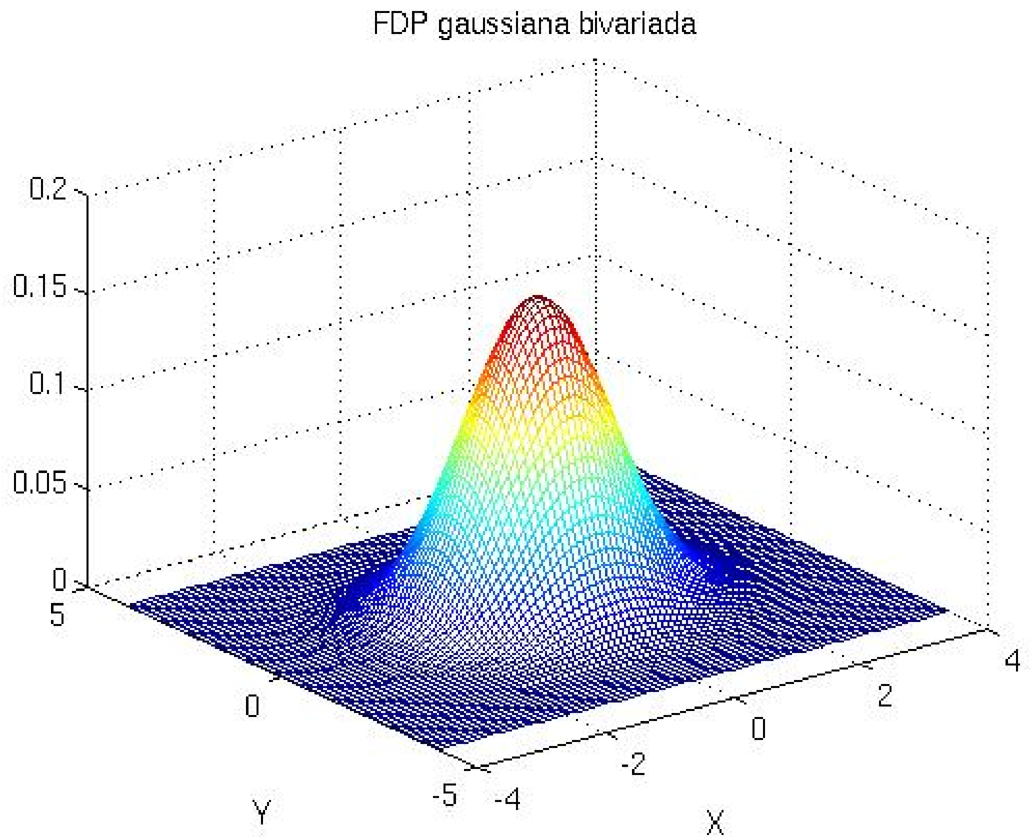
3. Função de Base Radial Gaussiana (cont.-1)

Gráfico da Função de Ativação Gaussiana (unidimensional)



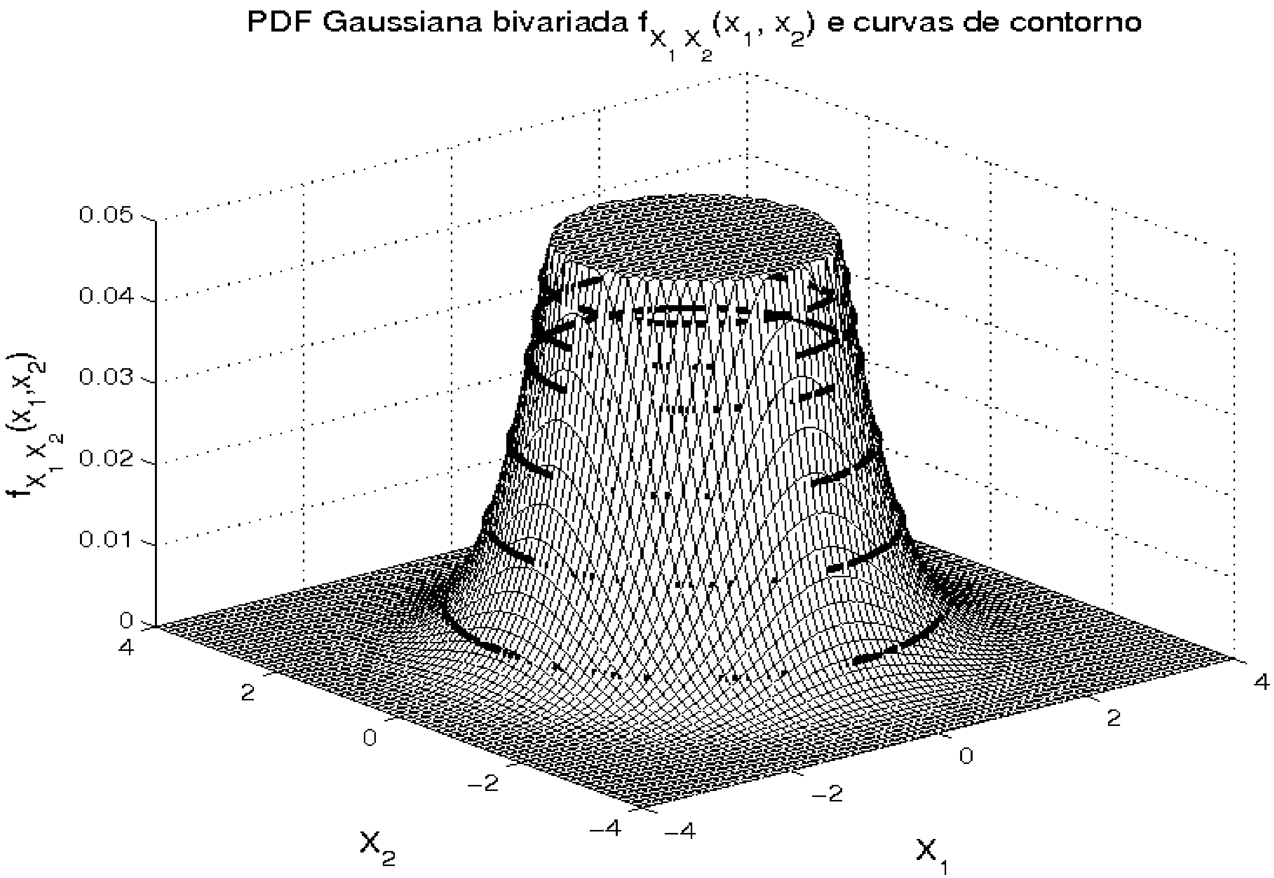
3. Função de Base Radial Gaussiana (cont.-2)

Gráfico da Função de Ativação Gaussiana (bidimensional)



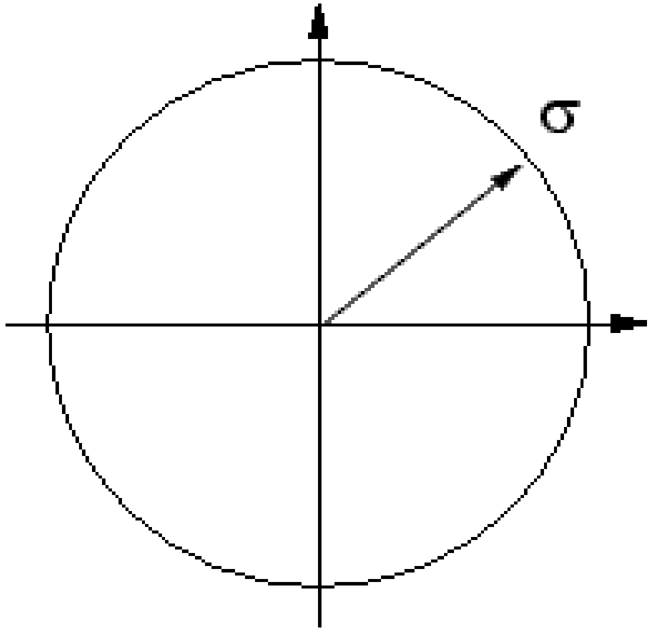
3. Função de Base Radial Gaussiana (cont.-3)

Curvas de contorno da curva normal bidimensional



3. Função de Base Radial Gaussiana (cont.-4)

Curvas de contorno da curva normal bidimensional



4. Outros Tipos de Funções de Base Radial

(1) Função Multiquadrática:

$$z_i(t) = \sqrt{\beta^2 + r_i^2(t)}$$

(2) Função Multiquadrática Inversa:

$$z_i(t) = \frac{1}{\sqrt{\beta^2 + r_i^2(t)}}$$

em que $r_i(t) = \|\mathbf{x}(t) - \mathbf{w}_i(t)\|$ e $\beta = \dfrac{1}{2\sigma^2}$

5. Funcionamento da Rede RBF Gaussiana

Funcionamento de uma rede RBF Gaussiana

(1) A ativação do *i*-ésimo neurônio da camada oculta é dada por:

$$u_i(t) = \|\mathbf{x}(t) - \mathbf{w}_i(t)\|$$

(2) A saída do *i*-ésimo neurônio da camada oculta é dada por:

$$z_i(t) = \varphi(u_i(t)) = \exp\left[-\frac{u_i^2(t)}{2\sigma^2}\right], \qquad i = 1, \ldots, q_1$$

onde q_1 é o número de neurônios ocultos.

5. Funcionamento da Rede RBF Gaussiana (cont.-1)

Funcionamento de uma rede RBF

(1) A ativação do *k*-ésimo neurônio de saída é dada por:

$$a_k = \mathbf{m}_k^T \mathbf{z} = m_{k0} z_0 + m_{k1} z_1 + m_{k2} z_2 + \cdots + m_{kq_1} z_{q_1}, \quad k = 1, \ldots, m$$

(2) A saída linear do *k*-ésimo neurônio de saída é dada por:

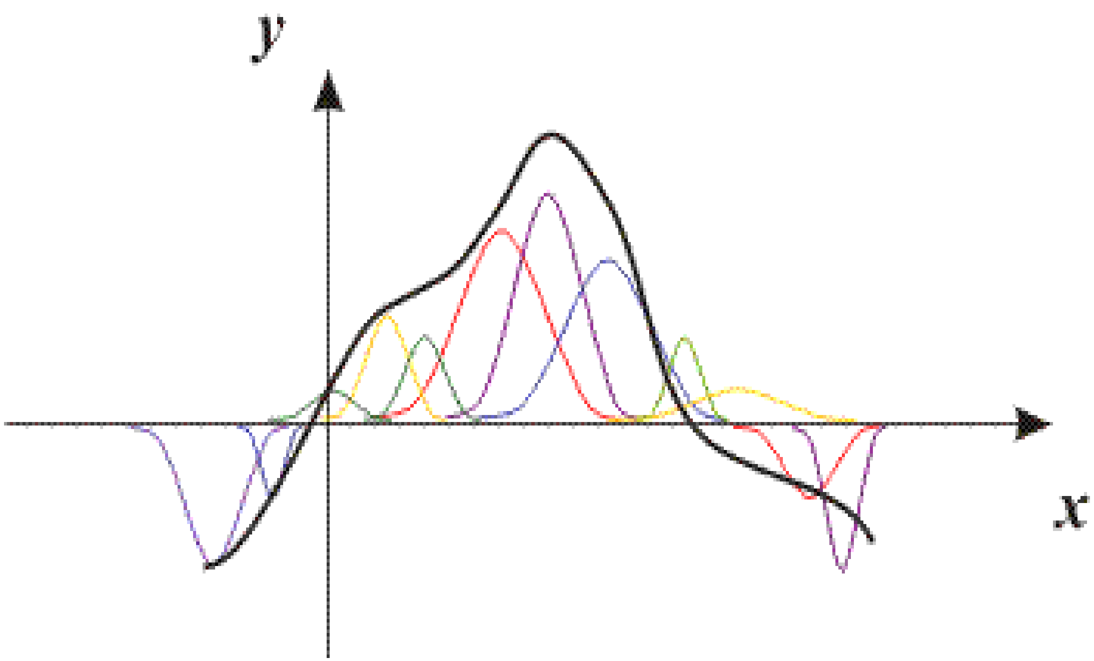
$$o_k = a_k, \quad k = 1, \ldots, m$$

onde m é o número de neurônios de saída.

6. Aproximação de Função em 1-D (noção intuitiva)

Aproximação de Funções 1-D Usando a rede RBF

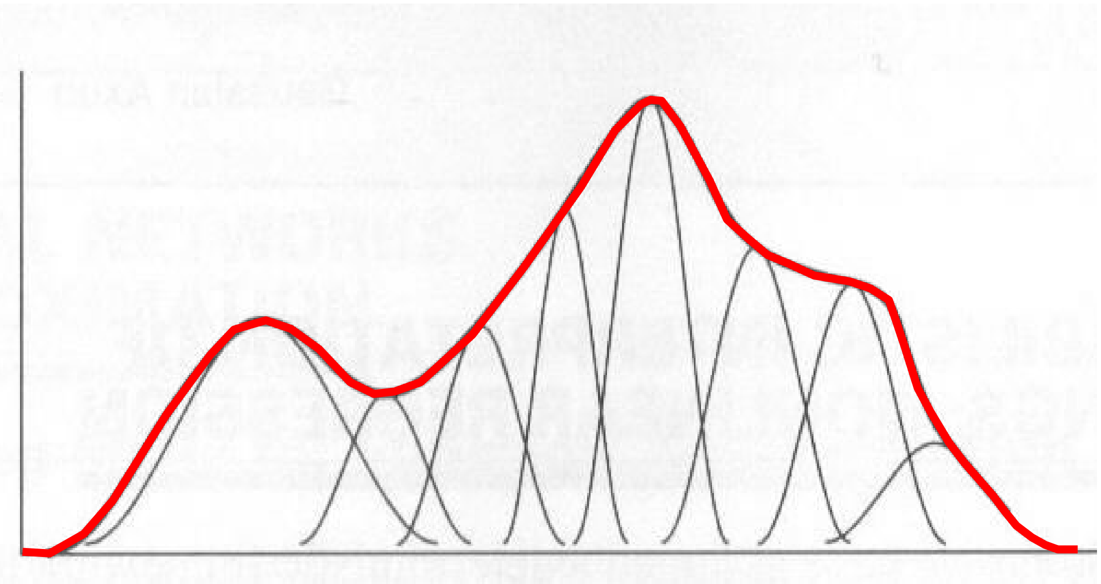
A rede RBF pode aproximar qualquer função contínua através da <u>combinação linear de funções gaussianas</u> com centros em diferentes posições do espaço de entrada.



6. Aproximação de Função em 1-D (noção intuitiva)

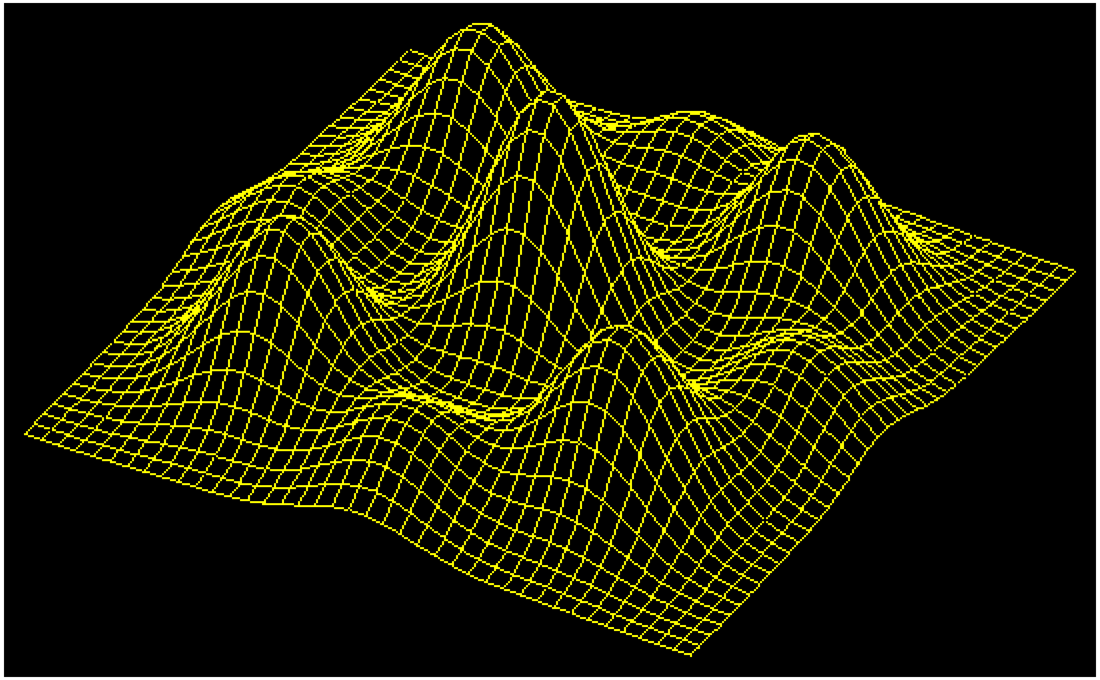
Aproximação de Funções 1-D Usando a rede RBF

A rede RBF pode aproximar qualquer função contínua através da combinação linear de funções gaussianas com centros em diferentes posições do espaço de entrada.



7. Aproximação de Função em 2-D (noção intuitiva)

Aproximação de Funções 2-D Usando a rede RBF



7. Projeto de uma Rede RBF

Seleção Aleatória de Centros

Seja uma base de dados ($\mathbf{x}_i$, $\mathbf{d}_i$), i=1, ..., N, onde $\mathbf{x}_i$ é um exemplo da base de dados e $\mathbf{d}_i$ é o vetor de saídas desejadas correspondente.

1. Definir o número de neurônios ocultos (no. de bases radiais), q_1 ($q_1 < N$).

2. Selecionar aleatoriamente q_1 exemplos do conjunto de dados.

3. Fazer a seguinte atribuição:

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{x}_i, \quad i = 1, \ldots, q_1$$

onde $\mathbf{x}_i$ é o i-ésimo exemplo selecionado aleatoriamente do conjunto de dados.

7. Projeto de uma Rede RBF (cont.-1)

Seleção Aleatória de Centros

4. Especificar o valor do raio da função de base radial, σ.

5. Fazer a seguinte atribuição:

$$\mathbf{m}_i = \mathbf{d}_i, \quad i = 1, \ldots, q_1$$

onde $\mathbf{d}_i$ é o vetor de saídas desejadas associado ao i-ésimo vetor $\mathbf{x}$ selecionado aleatoriamente do conjunto de dados.

Note que neste algoritmo de projeto <u>não ocorre treinamento</u> no sentido exposto para a rede MLP, ou seja, de ajuste de pesos e limiares.