



Thays Melo de Moraes

# **Análise da vulnerabilidade das Redes Complexas Aplicada ao Sistema Aéreo Brasileiro**

Recife

2015

Thays Melo de Moraes

# **Análise da vulnerabilidade das Redes Complexas Aplicada ao Sistema Aéreo Brasileiro**

Monografia apresentada ao Curso de Bacharelado em Sistemas de Informação da Universidade Federal Rural de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Sistemas de Informação.

Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE  
Departamento de Estatística e Informática  
Curso de Bacharelado em Sistemas de Informação

Orientador: Glauco Estácio Gonçalves  
Coorientador: Victor Wanderley Costa de Medeiros

Recife  
2015

*À Deus,  
À minha família,  
Ao meu amor Sergio,  
Aos meus orientadores,  
À equipe Citrus Tecnologia,  
À equipe SWQuality  
e a todos os meus amigos.*

# Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus e pelo dom da vida que Ele me deu.

Agradeço aos meus pais, Antonio e Rosélia, meu irmão João Vitor, minha avó Josefa, meu tio Marcelo e a todos da minha família, por todo o apoio que tive principalmente durante o período em que cursei a graduação, pois eles sempre me compreenderam, me deram força para continuar em frente e tiveram paciência com os meus estresses, e sempre entenderam minhas faltas nas reuniões de família.

Agradeço ao meu amigo, meu namorado Sergio, por toda a paciência que ele teve, por toda a orientação nos meus momentos de dúvida, por sempre me dar forças nos momentos em que eu mais estava triste e desaminada, pensando que não conseguiria. Ele sempre acreditou em mim e foi importantíssimo para que eu chegasse onde estou.

Agradeço a todos os professores da UFRPE, que tanto contribuíram para a construção do meu conhecimento, e me inspiram. Agradeço especialmente aos meus orientadores Glauco e Victor, pela paciência, pelo voto de confiança em mim neste trabalho. Suas orientações foram essenciais para que eu tenha conseguido desenvolver, e concluir. Ao professor Glauco também agradeço por incitar sobre modelos em redes, e a partir disso resultou no assunto do meu trabalho. Gostaria de agradecer também ao mestrando Rafael, pela parceria nos estudos relacionados ao sistema aéreo.

Agradeço à Ana, pela orientação profissional, acadêmica e pessoal, por acreditar em mim e me chamar para ser mais uma sementinha em seu jardim, o grupo Persistindo. Agradeço a todos que fazem parte deste grupo, por sempre me ajudarem, pela amizade de todos. Também gostaria de agradecer à SWQuality por todas as experiências adquiridas ao longo do tempo, e que foi de grande importância para minha formação.

Agradeço ao grupo Citrus Tecnologia, Erick, Emeson, Flaviano e Delando por sempre apoiarem, me incentivarem, esclareceram minhas dúvidas em diversas áreas.

Agradeço a minha querida turma de redes do SENAI, pois eles me apoiaram me deram força quando decidi que eu realmente queria continuar na área de tecnologia.

Por fim, agradeço a todos os meus amigos, desde os mais antigos até os mais recentes, tendo um papel fundamental em minha vida, principalmente nessa fase, sempre compreendendo meus atrasos, minhas faltas.

Obrigada por fazerem parte da minha vida!

*“Que os vossos esforços desafiem  
as impossibilidades, lembrai-vos de que  
as grandes coisas do homem foram  
conquistadas do que parecia impossível.”  
(Charles Chaplin)*

# Resumo

O sistema de transporte aéreo permite o deslocamento rápido de pessoas, contribuindo para o turismo em diversas regiões do mundo, além de possuir um importante papel no setor de importação e exportação de grandes volumes de produtos, sendo muitas vezes mais eficiente que os transportes terrestres e fluviais. Assim este setor é considerado essencial para a infraestrutura de uma região e país. Devido a sua importância, as falhas no sistema aéreo podem resultar em perdas significativas tanto para as empresas como para os passageiros, e conseqüentemente para a economia da região. Essas falhas podem ser de natureza diversa bem como danos nos equipamentos, fenômenos climáticos tornando o sistema aéreo vulnerável. Estudos veem sendo realizados para compreender e avaliar a vulnerabilidade do sistema aéreo, contribuindo para o planejamento de medidas que tornem esses sistemas mais robustos.

O sistema aéreo é uma rede complexa. Nele podemos encontrar os seus enlaces (rotas) e seus vértices (aeroportos). Com a modelagem computacional do sistema aéreo por meio de uma rede complexa, podemos estudar e analisar sua estrutura e comportamento, mediante a sua vulnerabilidade a partir das falhas em seus componentes.

Neste trabalho estudamos a relação da vulnerabilidade das redes aéreas brasileiras, por meio de simulação computacional causadas por falhas aleatórias, durante os últimos quinze anos, em eventos internacionais e períodos sazonais (voos no período de verão), utilizando e aplicando conceitos e medidas topológicas relacionada aos estudos de redes complexas. A partir das simulações identificamos que o sistema aéreo brasileiro de um modo geral tem se tornado menos vulnerável ao longo dos anos, contudo suas maiores conexões concentram-se em poucos aeroportos, considerados os mais vulneráveis para a rede. O trabalho aponta a importância de estudos sobre a vulnerabilidade de redes aéreas, sobretudo o sistema aéreo brasileiro.

**Palavras-chave:** Sistema Aéreo, Redes Complexas, Vulnerabilidade, Falhas.

# Abstract

*The air transport system allows the rapid displacement of people, contributing to tourism in various regions of the world, besides having an important role in the import and export sector of large volumes of product, often it is more efficient than road transport and river. So this sector is considered essential to the infrastructure of a country. Owing to its importance, the flaws in the air system may result in significant losses for both companies and for passengers, and consequently for the economy of the region. These may be of different nature such as damage to the equipment, weather phenomena becoming vulnerable air system. Studies are being utilized to evaluate the vulnerability of this systems, contributing to the planning of measurements to increase the strength of it.*

*The air transportation system is a complex network. Inside it, we can discover your links (routes), and the vertices (airports). With computer modeling of the air system through a complex network, we can study and analyze its structure and behavior by their vulnerability from failures in its components.*

*In this paper, we study the relationship of the vulnerability of Brazilian airline networks through computer simulation caused by random failures during the last fifteen years, in international events and seasonal periods (flights during the summer), using and applying concepts and topological measures related to studies of complex networks.*

**Keywords:** *Air System. Complex Networks, Vulnerability, Failures.*

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Sistema aéreo brasileiro referente ao ano de 2013 . . . . .	13
Figura 2 – Representação das pontes da cidade Königsberg e sua modelagem em grafo. Extraída de (RODRIGUES, 2007)) . . . . .	16
Figura 3 – Representação das redes a começar da regular até a completamente aleatória. Extraída de (WATTS; STROGATZ, 1998)) . . . . .	18
Figura 4 – Exemplo de grafos: (a) não-dirigido e sem pesos, e (b) dirigido e sem pesos . . . . .	19
Figura 5 – Representação da rede sem peso a partir da sua matriz de adjacência.	20
Figura 6 – Representação da rede com peso a partir da sua matriz de adjacência.	20
Figura 7 – Representação gráfica das redes aleatórias: (a) é composta por 10 vértices e 24 enlaces, (b) é composta por 15 vértices e 48 enlaces e (c) composta por 20 vértices e 92 enlaces. . . . .	24
Figura 8 – Maior componente conectada com a linha de regressão linear. A linha preta corresponde a rede do ano de 2013, e a linha verde ao ano de 2014 . . . . .	34
Figura 9 – Mapa redes representada no espaço geográfico (a) Rede aérea do ano 2003, (b) Rede aérea do ano 2007 . . . . .	37
Figura 10 – Mapa redes representada no espaço geográfico (a) Rede aérea do ano 2009, (b) Rede aérea do ano 2014 . . . . .	37
Figura 11 – Vulnerabilidade da rede ao longo dos anos . . . . .	48
Figura 12 – Vulnerabilidade da rede ao longo dos anos . . . . .	50
Figura 13 – Quantidade de passageiros afetados com a retirada de nós, variação dos resultados . . . . .	51
Figura 14 – Percentual de passageiros afetados com a falha aleatória dos aeroportos (a) Rede do ano 2002, (b) Rede do ano 2006 . . . . .	52
Figura 15 – Percentual de passageiros afetados com a falha aleatória dos aeroportos (a) Rede do ano 2009, (b) Rede do ano 2014 . . . . .	52
Figura 16 – Vulnerabilidade da rede em período de voos no verão . . . . .	54
Figura 17 – Vulnerabilidade da rede em eventos internacionais . . . . .	55

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Comparação das métricas nos grafos 1, 2 e 3 . . . . .	25
Tabela 2 – Vulnerabilidade de cada vértice do grafo contendo 20 vértices . . . .	25
Tabela 3 – Tabela Comparativa dos estudos realizados acerca da vulnerabilidade de redes aéreas . . . . .	30
Tabela 4 – Quantidade de arestas das redes anuais . . . . .	36
Tabela 5 – Feriado de Carnaval. Fonte: Instituto de Informática - UFRGS . . . .	38
Tabela 6 – Dados das redes correspondente aos períodos sazonais (dezembro até janeiro) . . . . .	39
Tabela 7 – Dados das redes correspondente ao período de abril até novembro	39
Tabela 8 – Dados das redes correspondente meses de julho e julho . . . . .	40
Tabela 9 – Métricas das redes anuais . . . . .	43
Tabela 10 – Métricas das redes no período de abril até novembro e dezembro até janeiro . . . . .	45
Tabela 11 – Métricas das redes analisadas em período de eventos internacionais	47
Tabela 12 – Coeficiente angular das redes ao longo dos anos . . . . .	49
Tabela 13 – Coeficiente angular das redes em período de voos no verão . . . .	53
Tabela 14 – Coeficiente angular das redes em período de abril à novembro . . .	54
Tabela 15 – Coeficiente angular das redes nos eventos . . . . .	55

# Lista de abreviaturas e siglas

ANAC	Agência Nacional de Aviação Aérea
GC	Componente Conectada (Giant Component)
HOTRAN	Horário de Transporte
IATA	International Air Transport Association
ICAO	International Civil Aviation Organization
IDE	Ambiente de Desenvolvimento Integrado (Integrated Development Environment)
JMJ	Jornada Mundial da Juventude
SBBR	Aeroporto Internacional de Brasília
SBKP	Aeroporto Internacional de Viracopos/Campinas
SBGR	Aeroporto Internacional de São Paulo/Guarulhos
SBSP	Aeroporto de Congonhas
TMC	Tamanho do Caminho Médio

# Sumário

	<b>Lista de ilustrações</b> . . . . .	<b>7</b>
<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>12</b>
1.1	<b>Sistema Aéreo Brasileiro</b> . . . . .	<b>12</b>
1.2	<b>Redes Complexas</b> . . . . .	<b>13</b>
1.3	<b>Objetivo</b> . . . . .	<b>14</b>
1.4	<b>Organização deste Trabalho</b> . . . . .	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>REDES COMPLEXAS</b> . . . . .	<b>16</b>
2.1	<b>Introdução Histórica</b> . . . . .	<b>16</b>
2.2	<b>Representação de uma Rede</b> . . . . .	<b>18</b>
2.3	<b>Métricas das Redes Complexas</b> . . . . .	<b>20</b>
2.3.1	Grau . . . . .	21
2.3.2	Caminho Médio . . . . .	21
2.3.3	Betweenness . . . . .	21
2.3.4	Entropia . . . . .	22
2.3.5	Eficiência . . . . .	23
2.3.6	Vulnerabilidade . . . . .	23
2.4	<b>Exemplos das Métricas</b> . . . . .	<b>24</b>
<b>3</b>	<b>TRABALHOS RELACIONADOS</b> . . . . .	<b>27</b>
3.1	<b>Característica dos Trabalhos</b> . . . . .	<b>28</b>
<b>4</b>	<b>MÉTODO DE AVALIAÇÃO DA VULNERABILIDADE</b> . . . . .	<b>31</b>
4.1	<b>Como Analisar a Vulnerabilidade de uma Rede?</b> . . . . .	<b>31</b>
4.2	<b>Base de Dados</b> . . . . .	<b>34</b>
4.2.1	Informações dos dados . . . . .	35
4.2.2	Descrição dos dados para a análise ao longo dos anos . . . . .	35
4.2.3	Descrição dos dados para a análise dos voos no verão . . . . .	37
4.2.4	Descrição dos dados para a análise dos eventos internacionais . . . . .	40
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b> . . . . .	<b>41</b>
5.1	<b>Topologia das Redes Analisadas</b> . . . . .	<b>41</b>
5.1.1	Análise ao longo dos anos . . . . .	41
5.1.2	Análise dos voos no verão . . . . .	44
5.1.3	Análise dos eventos internacionais . . . . .	46
5.2	<b>Vulnerabilidade das Redes Analisadas</b> . . . . .	<b>48</b>

5.2.1	Análise ao longo dos anos . . . . .	48
5.2.2	Análise dos voos no verão . . . . .	53
5.2.3	Análise dos eventos internacionais . . . . .	54
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>56</b>
<b>6.1</b>	<b>Dificuldades Encontradas . . . . .</b>	<b>57</b>
<b>6.2</b>	<b>Trabalhos Futuros . . . . .</b>	<b>57</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>58</b>

# 1 Introdução

## 1.1 Sistema Aéreo Brasileiro

A começar da invenção do avião até o presente momento, o setor da aviação progrediu muito durante todos esses anos. Além de facilitar a comunicação, este setor tem participação considerável no mercado de transporte, competindo com outras categorias de transporte. O tempo de viagem curto é o principal motivo para a escolha do transporte aéreo, apesar dos preços das passagens com destino em algumas regiões ainda permaneça elevado (ROCHA, 2009).

O sistema de transporte aéreo tornou-se uma das infraestruturas mais importantes para a economia global atual. Esta é responsável pela locomoção de milhões de pessoas diariamente. De novembro de 2011 a novembro de 2012, por exemplo, ocorreram 24.848 voos comerciais entre 3.712 aeroportos (LORDAN et al., 2014). Segundo a (ANAC..., 2014), em 2013 os registros apontam um total de 777,6 mil toneladas em cargas transportadas. Mais de 109,2 milhões de passageiros foram transportados entre voos domésticos e internacionais. De acordo com a matéria publicada pela (VEJA, 2014), o Aeroporto Internacional de São Paulo-Guarulhos (SBGR) movimentou aproximadamente 4,1 milhões de passageiros durante o período da Copa do Mundo ocorrido em 2014 no país. A figura 1 mostra os aeroportos e as rotas de voos realizados no território brasileiro durante o ano de 2013.

Contudo, ademais sua importância, o sistema pode ser deveras vulnerável acarretando em custos econômicos bastantes elevados. A vulnerabilidade de um sistema aeroportuário está diretamente relacionada à gravidade do impacto nos demais aeroportos devido a um incidente em um aeroporto qualquer deste sistema. A vulnerabilidade de um sistema aéreo está associado ao prejuízo que um incidente em um aeródromo causa no funcionamento do sistema. Este impacto envolve atrasos e cancelamentos nas viagens acarretando constrangimentos e transtornos aos passageiros, em razão da espera e desconforto nos aeródromos, atrasos na entrega de mercadorias, resultando também em perdas econômicas consideráveis.

Um exemplo que ilustra a vulnerabilidade do sistema aeroportuário foi a erupção do vulcão islandês Eyjafjallajökull, ocorrida em março de 2010. Foram registrados aproximadamente 10 milhões de atrasos nos aeroportos europeus (BROOKER, 2010 apud LORDAN et al., 2014). As companhias acometidas estimaram uma perda de 1,7 bilhões de dólares (MAZZOCCHI; HANSSTEIN; RAGONA, 2010 apud LORDAN et al., 2014). No mesmo ano, a greve dos controladores de tráfego aéreo na Espanha, con-

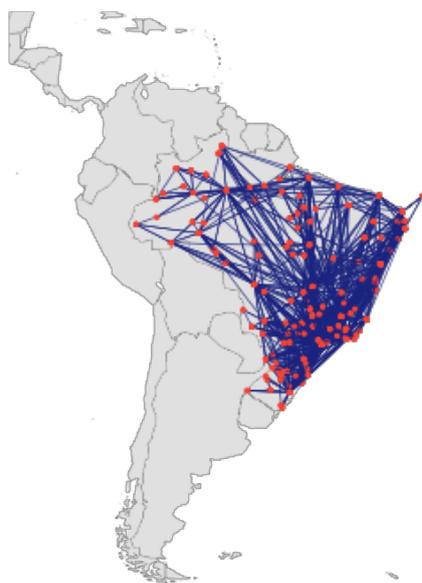


Figura 1 – Sistema aéreo brasileiro referente ao ano de 2013

tabilizou um custo de 134 milhões de dólares para as companhias aéreas ([LORDAN et al., 2014](#)). Um outro exemplo de incidente que demonstra a vulnerabilidade da rede de transporte aéreo acontecido em outubro de 2012 foi o desastre do furacão Sandy que causou interrupções no transporte aéreo durante uma semana. De acordo com a International Air Transport Association, aproximadamente 17 mil voos foram cancelados com o custo estimado em cerca de 0,5 bilhão de dólares em receita para as companhias ([IATA..., 2012](#)).

No Brasil, durante o ano de 2006, uma crise no sistema aéreo brasileiro, em virtude de vários acontecimentos, dentre eles a paralização de controladores de tráfego aéreos, resultou segundo a ([ANAC..., 2007](#)) em atrasos superiores a 45% e 13% de voos cancelados somente no decorrer do mês dezembro.

Os fenômenos mencionados, são pouco prováveis de acontecer, contudo o seu impacto sobre o sistema é alto. Neste sentido é importante efetuar estudos sobre a vulnerabilidade do sistema aéreo, para auxiliar na elaboração de medidas preventivas com o intuito de tornar o sistema mais robusto.

## 1.2 Redes Complexas

As redes complexas compreendem o estudo dos diversos sistemas complexos que nos cercam. Uma definição existente na literatura é: “é o estudo dos fundamentos

teóricos da estrutura e comportamento dinâmico da rede e sua aplicação em múltiplos subcampos” (LEWIS, 2009, p. 7). Esses subcampos são os variados sistemas complexos naturais e artificiais que podem ser representados por meio das redes. O estudo das redes complexas relaciona-se com inúmeras outras disciplinas, tais como biologia, matemática, computação, física, tornando-a uma área extremamente interdisciplinar (RODRIGUES, 2007). Tem-se a exemplo, as redes de distribuição de energia elétrica e gás, redes de interações genéticas, sistema rodoviário e ferroviário, redes sociais, e internet.

As redes complexas são representadas por elementos denominados de vértices e as interações entre eles, chamadas arestas, que se almeja estudar. Assim uma rede de aeroportos pode ser modelada como um grafo onde os vértices são os aeroportos e as arestas são as rotas de voos entre esses aeroportos (HOSSAIN et al., 2013). Além disso é possível dispor de redes distintas, contendo elementos semelhantes. A exemplo temos a rede de aeroportos, onde, pode-se ter uma rede para analisar o tráfego de passageiros e outra rede diferente cujo eixo de estudo seja a análise do transporte de cargas. Estas constituem o que chamamos de redes reais.

A rede aérea, possui medidas relacionadas a sua topologia, como o grau de um vértice, e a distância média de caminhos. Esta última, possui valores relativamente baixos, característica de redes *small world* (mundo pequeno). Além das medidas e características faz-se necessário realizar análises mais profundas para avaliar a vulnerabilidade das redes, objeto de interesse deste trabalho.

Essas análises são importantes, pois a partir dos resultados pode-se vincular medidas de prevenção contra falhas no sistema gerado por catástrofes naturais; pane no sistema, acidentes aéreos, entre outros; modificando a rede para torná-la mais resiliente a esses fenômenos, permitindo assim uma menor possibilidade da rede ser desconectada totalmente ou em sua maioria.

A literatura mostra alguns estudos relacionados a vulnerabilidade do sistema aéreo. Dentre eles, podemos destacar o trabalho de (LORDAN et al., 2014), que tem como objetivo identificar os aeroportos críticos so sistema aéreo mundial; e o trabalho de (HOSSAIN et al., 2013), que realizou um estudo sobre a vulnerabilidade do sistema aéreo da Austrália.

### 1.3 Objetivo

Este trabalho tem como objetivo principal realizar uma análise acerca da vulnerabilidade do sistema aéreo brasileiro através de simulação de falhas, ao longo dos últimos quinze anos, utilizando os conceitos e ferramentas das redes complexas. Espera-se ainda:

- Modelar o sistema aéreo brasileiro através de uma rede complexa, a partir de dados abertos disponibilizados pela ANAC;
- Detalhar um método de análise da vulnerabilidade para redes de aeroportos;
- Identificar os pontos mais vulneráveis da rede complexa, ou seja, os aeroportos que em caso de inoperação causariam maior impacto no sistema;
- Avaliar a variação da vulnerabilidade da rede durante o período de verão (dezembro à março), em relação aos outros meses.
- Avaliar as alterações na vulnerabilidade da rede durante eventos internacionais de grande porte ocorridos no país, bem como a Copa do Mundo.

## 1.4 Organização deste Trabalho

O presente trabalho está organizado em seis capítulos sendo o primeiro esta introdução. Iniciamos o capítulo dois com uma fundamentação teórica a respeito do assunto, onde serão apresentados os principais conceitos a serem utilizados. No capítulo três é apresentado os principais estudos relacionados sobre a vulnerabilidade de sistemas aéreos, e as diferenças destes com o presente trabalho. No capítulo quatro é apresentado o método a ser aplicado na realização das análises feitas. No capítulo cinco é exposto e discutido os resultados de cada análise realizada anteriormente. Finalmente, o último capítulo encerra este trabalho apresentando conclusões e trabalhos futuros.

## 2 Redes Complexas

Muitos sistemas ao nosso redor são considerados complexos, pois são formados por diversos elementos capazes de interagir entre si e com o meio ambiente. Tais sistemas se apresentam em diversos campos do conhecimento desde a física, biologia, até a sociologia e antropologia (BARBIERI, 2010; RODRIGUES, 2007). Para se compreender o comportamento destes sistemas, nós devemos não somente entendê-lo de suas partes, mas como elas interagem para gerar o comportamento do sistema em nível global (BARBIERI, 2010).

### 2.1 Introdução Histórica

Os primeiros estudos acerca da teoria dos grafos surgiram por volta do século XVII, a partir de um problema que se tornou mundialmente conhecido como: *Sete Pontes de Königsberg*. A cidade de *Königsberg* era a capital da Prússia Oriental (hoje, esta cidade pertence ao território russo e é chamada Kaliningrad). Na época, a cidade foi construída ao redor de um rio chamado *Pregel* (RODRIGUES, 2007). Parte de seu território localizava-se em uma ilha no meio do rio e outra parte era separada por uma bifurcação. Para unir todas as partes da cidade, foram construídas 7 pontes (LEWIS, 2009), tal como apresentado na Figura 2.

A partir disso, começou a surgir uma pergunta que tornou-se um quebra-cabeça: Existia uma forma de atravessar todas as 7 pontes, passando por cada uma delas somente uma única vez e retornar ao ponto inicial? (CAVALCANTE, 2011). O matemático Leonhard Euler, foi chamado para provar este questionamento. Ele provou em 1736

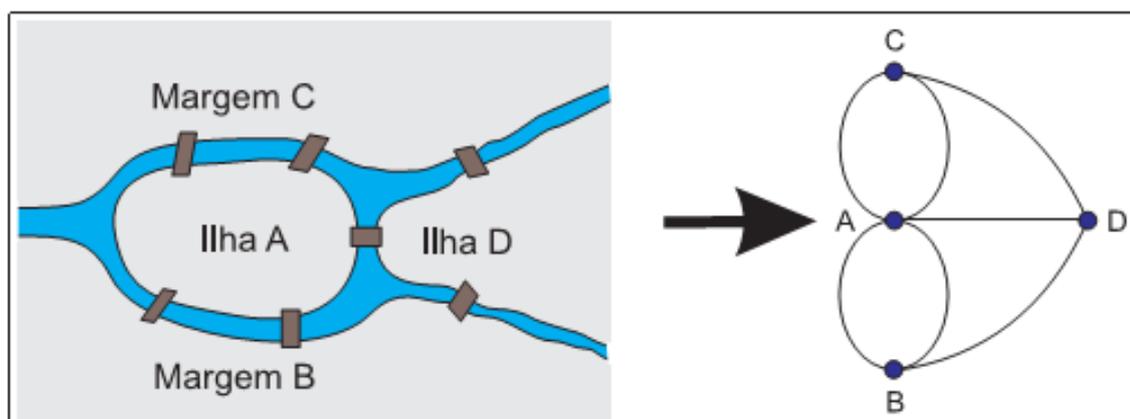


Figura 2 – Representação das pontes da cidade Königsberg e sua modelagem em grafo. Extraída de (RODRIGUES, 2007))

que era impossível existir tal caminho.

O que Euler fez foi modelar o problema como um grafo, onde cada margem foi considerada como um vértice e cada uma das pontes as arestas, ilustrado na Figura 2. Ao realizar o percurso por todo o grafo, toda chegada a um vértice através de uma aresta e logo após uma saída através de outra aresta, sempre resultara em um número par de arestas percorridas, o que revela ser impossível existir um caminho que permite percorrer todas as pontes uma única vez. Desse modo, o grafo não apresenta um caminho fechado visitando todas as arestas apenas uma vez (BARBIERI, 2010). Este conceito é conhecido atualmente como Caminho Euleriano.

Por volta da década de 1950, os estudos de Erdős e Rényi aprofundaram os conhecimentos em torno do uso de grafos como ferramentas de modelagem de fenômenos complexos. Estes autores definiram as redes aleatórias, que é uma classe de redes geradas a partir de processos estocásticos simples. Tais redes fornecem uma base para comparação com as redes de maior regularidade (LEWIS, 2009).

Na década de 1990, Barabási e Albert, conceituaram as redes *scale free* (livres de escala), a fim de incorporar dois mecanismos sobre os quais muitas redes reais são baseadas: crescimento e preferência de ligação. O primeiro refere-se ao crescimento a partir da adição de novos nós e vértices na rede, e o último explica como os novos nós entram na rede, ou seja, ligando-se aos vértices cujo número de arestas são mais altos (REGGIANI; NIJKAMP; CENTO, 2010).

As redes *small world* (mundo pequeno), foram conceituadas por Watts-Strongatz na final da década de 1990. Estas redes possuem características particulares, dentre elas o valor do caminho médio ser relativamente baixo, ou seja, a distância (número de arestas no caminho) média entre dois vértices é baixa. Entretanto o efeito do mundo pequeno foi observado pela primeira vez por Stanley Milgram (LEWIS, 2009), pesquisador de Harvard na área de sociologia interessado na estrutura da sociedade americana, que descobriu que a distância média entre duas pessoas quaisquer nos Estados Unidos é aproximadamente seis (BARBIERI, 2010). Isto significa que a distância entre duas pessoas em qualquer parte do planeta seja aproximadamente seis. Hoje, acredita-se que essa distância seja menos que a encontrada por Milgram (RODRIGUES, 2007).

Na primeira parte da Figura 3 pode-se observar uma rede formada por  $n$  vértices ligados a  $k$  vizinhos mais próximos, onde  $n = 20$  e  $k = 4$ . Em seguida, cada aresta é conectada novamente de forma aleatória com uma probabilidade  $p$ , introduzindo desta forma o caráter aleatório à rede (BARBIERI, 2010). Para  $p = 0$ , a rede mostra-se completamente regular. Ao aumento de  $p$ , a rede torna-se mais aleatória até  $p = 1$  quando as conexões são ligados aleatoriamente entre os vértices, onde encontra-se a rede completamente aleatória. Na rede intermediária entre a regular e a totalmente aleatória encontra-se a rede caracterizada como mundo pequeno: bem conectado, mas com

tamanho do caminho médio pequeno (WATTS; STROGATZ, 1998).

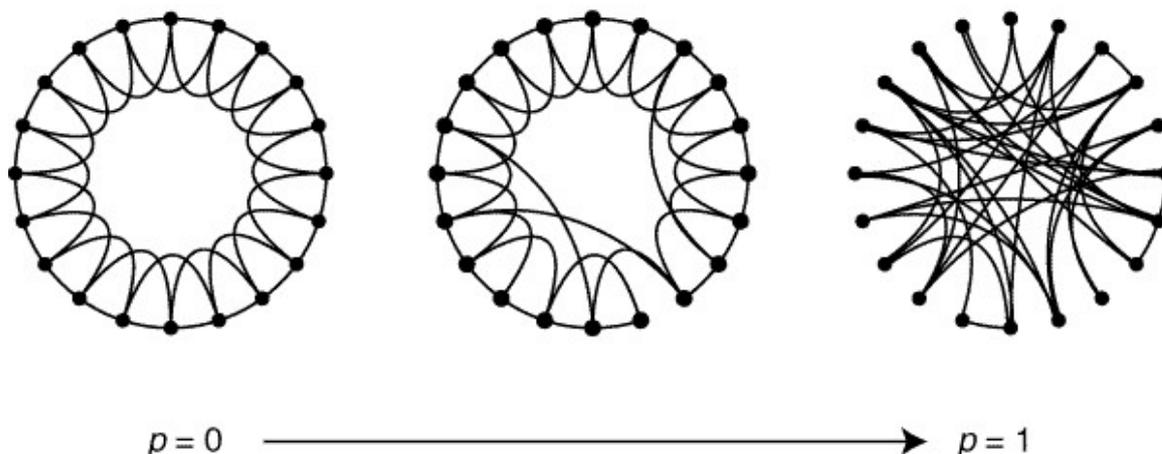


Figura 3 – Representação das redes a começar da regular até a completamente aleatória. Extraída de (WATTS; STROGATZ, 1998)

## 2.2 Representação de uma Rede

Segundo (DEMETRIUS; MANKE, 2005): “sistemas complexos naturais e tecnológicos podem ser representados por redes, onde os vértices (nós) denotam os componentes básicos do sistema e as ligações (enlaces) descrevem seu relacionamento ou interações”. Isto significa que um sistema complexo pode ser representado por meio de um grafo (LATORA; MARCHIORI, 2001).

Desta forma, uma rede pode ser definida por um conjunto de vértices de tamanho  $N$ , onde  $V = (n_1, n_2, n_3, \dots, n_N)$  e um conjunto de arestas de tamanho  $M$ , onde  $E = (m_1, m_2, m_3, \dots, m_M)$ . Outro conjunto  $W = (w_1, w_2, w_3, \dots, w_M)$  é definido de tal modo que cada um dos elementos deste conjunto pode ser mapeado em uma aresta, na forma de um peso, a fim de representar uma característica específica do sistema (DEMETRIUS; MANKE, 2005). Assim, uma rede é expressa por  $R = (V, E)$  para redes sem peso e  $R = (V, E, W)$  para redes com peso.

Os grafos podem ser considerados direcionados ou não direcionados. Uma rede é conceituada não direcionada ou não dirigida, quando as conexões entre os nós não possuem direção de saída ou entrada, tal como mostra a Figura 4a. Uma rede é considerada direcionada ou dirigida, quando as arestas possuem direção de saída/entrada, isto é, uma aresta leva de um vértice  $i$  para um vértice  $j$ , e o retorno de  $j$  para  $i$  é feito através de outra aresta. A Figura 4b ilustra este caso. Cada um destes tipos de grafos pode ser usado para modelar um tipo de sistema diferente. Um exemplo de rede não-dirigida é o relacionamento de amigos na rede social Facebook, em que duas pessoas possuem um relacionamento de amizade mútuo entre elas. Um sistema que pode ser modelado com redes dirigidas é a relação de seguidores no Twitter, no qual

uma pessoa segue um perfil, todavia o perfil pode optar por seguir ou não de volta.

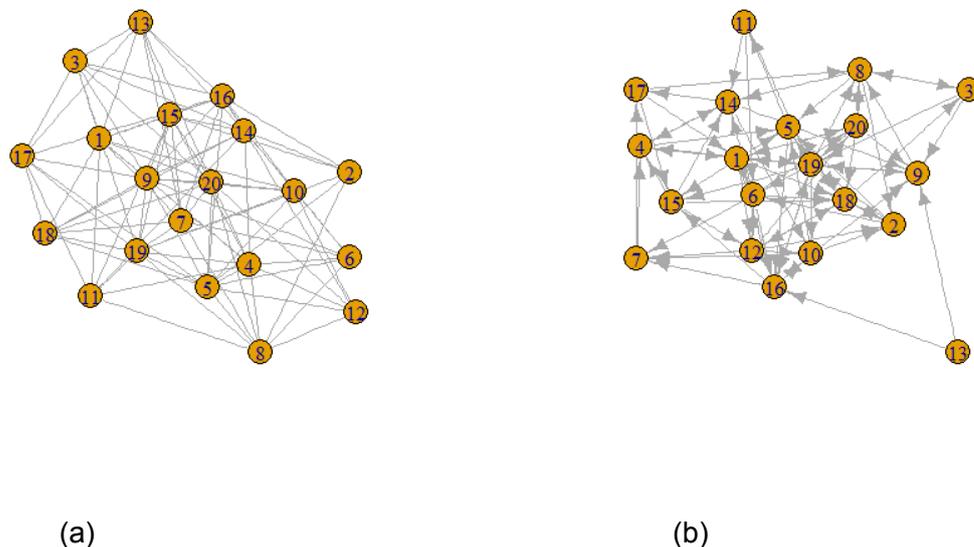


Figura 4 – Exemplo de grafos: (a) não-dirigido e sem pesos, e (b) dirigido e sem pesos

Além da representação em forma de conjuntos, uma outra representação formal de uma rede complexa pode se dar através da Matriz de Adjacências. Os vértices são representados por linhas e colunas e cada par de nós  $i, j$  é expressa por um elemento da matriz  $a_{ij}$ . Assim a Matriz de Adjacência é expressa por:

$$A = [a_{ij}]_{M \times N} \quad (2.1)$$

Em um grafo dirigido, caso exista uma aresta do vértice  $i$  para o vértice  $j$ , temos que  $a_{ij} = 1$ , caso contrário,  $a_{ij} = 0$ . Em redes não dirigidas, a matriz é simétrica, assim se  $a_{ij} = 1$ , então  $a_{ji} = 1$ , necessariamente. Na Figura 5 temos um grafo não direcionado contendo 10 vértices e sua representação por meio da matriz de adjacência. Em redes com pesos, o valor 1 é substituído pelo valor do peso das arestas que conectam os nós  $i$  e  $j$ , como pode observado na Figura 6.

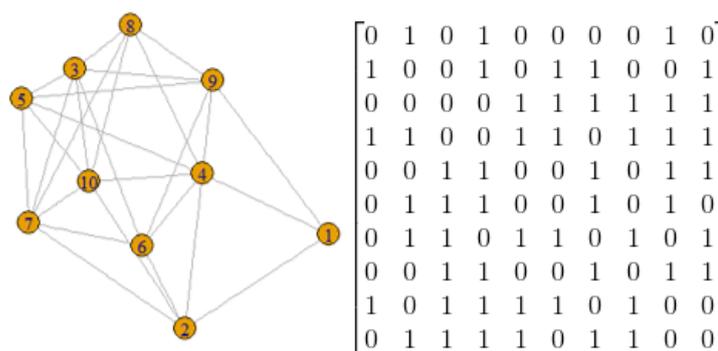


Figura 5 – Representação da rede sem peso a partir da sua matriz de adjacência.

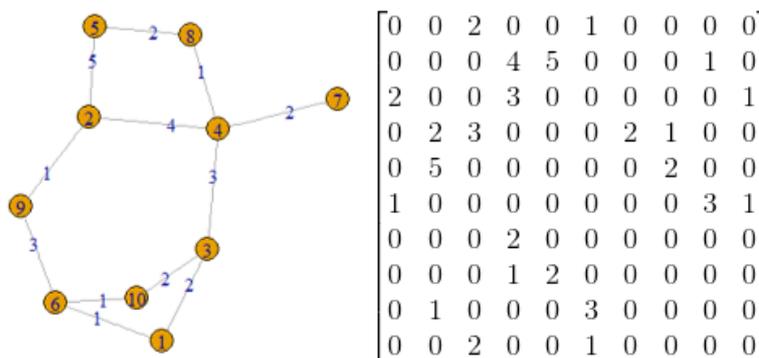


Figura 6 – Representação da rede com peso a partir da sua matriz de adjacência.

## 2.3 Métricas das Redes Complexas

Como dito anteriormente, as redes podem modelar uma ampla variedade de sistemas complexos, tais como infraestruturas tecnológicas e de transportes, interações sociais, sistemas biológicos, entre outros. Estas, apresentam características topológicas específicas (BARRAT et al., 2004). Por isto, a análise de uma rede complexa é baseada na utilização de medidas capazes de expressar as suas características topológicas mais relevantes, de modo a permitir a sua caracterização (HOSSAIN et al., 2013).

Algumas medidas são extremamente importantes, pois as características por elas expressadas podem ter um forte impacto na avaliação de algumas propriedades, tal como a vulnerabilidade. Algumas dessas medidas por si só podem fornecer uma visão de ameaça sobre as redes (BARRAT et al., 2004). A seguir iremos introduzir algumas métricas que estão relacionadas com a vulnerabilidade da rede.

### 2.3.1 Grau

Uma questão fundamental na caracterização das redes, é a identificação dos nós mais conectados no sistema. O grau é a primeira medida intuitiva, e oferece uma ideia da importância de um vértice (DALL'ASTA et al., 2006). Deste modo, o grau de um nó é o número de conexões que este possui. Assim, o grau  $k_i$  de um nó  $i$  é definido como:

$$k_i = \sum_j a_{ij} \quad (2.2)$$

Em grafos dirigidos esta métrica pode ser caracterizada em grau de saída ( $k_i^{out}$ ) e grau de entrada ( $k_i^{in}$ ), cujos valores podem ser diferentes. Através desta medida podemos identificar também os nós que possuem maior quantidade de conexões, ou seja, os *hubs* da rede. Além do mais, é possível apontar o grau médio do grafo, isto é, o grau global da rede através da expressão 2.3.

$$\bar{k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i \quad (2.3)$$

### 2.3.2 Caminho Médio

O Caminho Médio é a média entre as distâncias mínimas entre todos os vértices. No caso, a distância mínima entre dois nós  $i$  e  $j$  é dada pelo caminho com o menor número de saltos (ou menor soma dos pesos, no caso de grafos com pesos) entre estes nós, a qual é denotada por  $d_{ij}$ . A equação 2.4 representa esta métrica.

$$L = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{\substack{i \neq j \\ i, j \in V}} d_{ij} \quad (2.4)$$

A medida do caminho médio permite caracterizar uma rede com a propriedade de mundo pequeno (ROSSANO; MANO; ANTENEODO, 2010), já que redes caracterizadas com esta propriedade apresentam o caminho médio relativamente baixo, ou seja, a quantidade de saltos de um vértice a outro, é considerada pequena.

### 2.3.3 Betweenness

O Betweenness de um nó  $i$  é a medida de centralidade que quantifica a importância de um nó para a comunicação da rede, sendo definida como a proporção das

distâncias mais curtas, entre todas as origens e destinos possíveis, que transitam por um nó  $i$  (ZANIN, 2013). A equação a seguir define esta métrica.

$$B_i = \sum_{u,j \in V}^{u \neq i \neq j} \frac{\sigma_{(u,j)}(i)}{\sigma_{(u,j)}} \quad (2.5)$$

Na equação 2.5 temos,  $\sigma_{(u,j)}$  como todos os menores caminhos entre quaisquer dois vértices  $u$  e  $j$  distintos entre si e diferentes de  $i$ , e  $\sigma_{(u,j)}(i)$  sendo o número de todos os menores caminhos que passam por  $i$  (BARBIERI, 2010). O Betweenness global da rede é definido por meio da média do betweenness de cada nó, como mostrado na equação 2.6.

$$B = \frac{1}{N} \sum_i^N B_i \quad (2.6)$$

Esta medida impacta diretamente na vulnerabilidade de uma rede, uma vez que, ao remover um vértice com alto betweenness, ou seja, um nó central para a comunicação global, esta irá impactar diretamente no caminho médio da rede, ou seja, a distância entre dois nós poderá aumentar consideravelmente, sendo possível a desconexão de alguns vértices.

### 2.3.4 Entropia

O conceito de entropia é comumente conhecido na área da física, e refere-se ao caos de estado em sistemas físicos. Na teoria da informação, a entropia é considerada como uma medida da incerteza na predição do próximo evento de uma variável aleatória, onde somente são conhecidas as probabilidades de ocorrência dos  $n$  eventos  $p_1, \dots, p_n$  (BARBIERI, 2010).

Mais especificamente essa probabilidade na área redes complexas, é aplicada à distribuição do grau da rede  $P(k)$  (BARBIERI, 2010). Esta distribuição mensura a densidade de ocorrência de nós com cada possível valor de grau na rede.

$$H = - \sum_k P(k) \log[P(k)] \quad (2.7)$$

Uma generalização da entropia de Shannon (equação 2.7) é a entropia de Kolmogorov-Sinai. Esta medida propõe a transformação da rede complexa em uma cadeia de Markov correspondente e a respectiva solução estacionária desta cadeia, para determinar a colaboração de cada vértice da rede na entropia total. Neste caso, a métrica corresponde a um processo de caminhada aleatória no grafo. A cadeia de Markov obtida é representada por uma matriz de Markov  $P = (p_{ij})$ . Este descreve as

taxas de transição entre quaisquer estados  $i \rightarrow j$  ( $p_{ij} \geq 0$  e  $\sum_j p_{ij} = 1$ ), e a distribuição estacionária  $\pi = \pi P$  (DEMETRIUS; MANKE, 2005). Desde modo, a entropia dinâmica é definida por:

$$H_d = - \sum_{ij} \pi_i p_{ij} \log(p_{ij}) \quad (2.8)$$

Onde  $\pi_i$  são os componentes da distribuição estacionária que caracteriza o comportamento invariável a longo prazo do processo de Markov a partir da matriz (BARBIERI, 2010). O  $p_{ij}$  é a probabilidade obtida a partir da matriz  $P$  onde  $p_{ij} = \frac{a_{ij}}{k_i}$ , ou seja, cada elemento de  $p_{ij}$  representa a probabilidade de se caminhar de um vértice  $i$  até um vértice  $j$  em apenas um passo. Além disso, é considerado o conjunto de todas as matrizes estocásticas que satisfaçam a propriedade,  $a_{ij} = 0 \leftrightarrow p_{ij} = 0$  (DEMETRIUS; MANKE, 2005).

A partir dos estudos de (DEMETRIUS; MANKE, 2005) foi identificado que a entropia dinâmica é positivamente relacionada a robustez. Valores elevados da entropia aumentam a robustez, valores mínimos de entropia diminuem a robustez.

### 2.3.5 Eficiência

A medida de Eficiência, permite uma análise quantitativa das informações que são trocadas na rede, ou seja, mede a eficiência na circulação de informações da rede (LATORA; MARCHIORI, 2001). Uma possível aplicabilidade, é identificar quais nós são relevantes para o tráfego da rede.

$$E = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i \neq j} \frac{1}{d_{ij}} \quad (2.9)$$

Essa medida é inversamente proporcional ao caminho médio, isto significa, que quanto menor a distância transitada nos vértices, maior será a eficiência da rede (ROSSANO; MANO; ANTENEODO, 2010).

### 2.3.6 Vulnerabilidade

A Vulnerabilidade mede a decaída do desempenho da rede quando os vértices e suas respectivas conexões são removidos (LATORA; MARCHIORI, 2001). Define-se  $V_i$  a redução relativa do desempenho após a remoção do  $i$ -ésimo vértice juntamente com todas as suas arestas (GOL'DSHTEIN; KOGANOV; SURDUTOVICH, 2004).

$$V_i = \frac{E - E_i}{E} \quad (2.10)$$

Onde  $E$  é a eficiência global da rede, e  $E_i$  é a eficiência da rede após retirado o vértice  $i$ . O valor máximo de  $V_i$  é a vulnerabilidade global da rede.

$$V = \max(V_i) \quad (2.11)$$

## 2.4 Exemplos das Métricas

Para ilustrar as métricas citadas na seção anterior, serão apresentadas e discutidas essas medidas tendo como base três grafos contendo 10, 15 e 20 nós, respectivamente. Esses grafos foram gerados seguindo o modelo de redes aleatórias proposto por Erdős e Rényi e são exibidos na Figura 7.

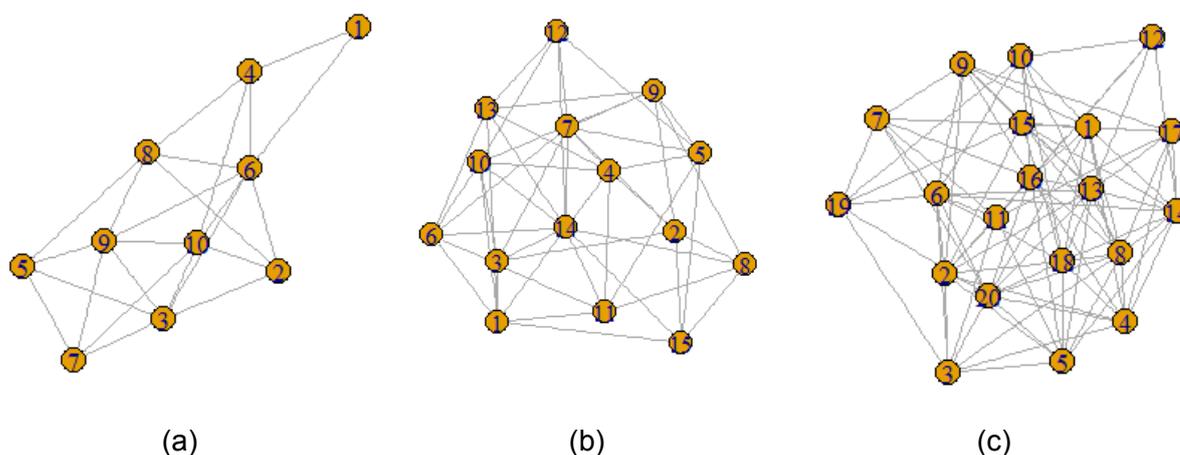


Figura 7 – Representação gráfica das redes aleatórias: (a) é composta por 10 vértices e 24 enlaces, (b) é composta por 15 vértices e 48 enlaces e (c) composta por 20 vértices e 92 enlaces.

A Tabela 1 apresenta os valores das métricas para cada uma das redes. Além do grau médio obtido por meio da equação 2.3, a tabela também apresenta o grau do nó que é o *hub*, ou seja, o grau máximo de toda a rede. Os *hubs*, podem influenciar na vulnerabilidade, pois a retirada de um desses pode causar um forte impacto negativo na rede a depender da distribuição do grau.

Precebe-se que os valores do caminho médio das redes são baixos. Em redes reais, esse valor representa a propriedade de mundo pequeno. Na retirada de nós críticos, o caminho médio apresenta um aumento considerável até um ponto decisivo, e em seguida começa a decair, significando o surgimento de nós desconexos do restante do grafo. O *betweenness* global dos grafos representa a média do grau de intermediação de cada vértice.

Tabela 1 – Comparação das métricas nos grafos 1, 2 e 3

<b>Métrica/Grafo</b>	<b>Grafo 1</b>	<b>Grafo 2</b>	<b>Grafo 3</b>
Nós	10	15	20
Enlaces	24	48	92
Grau do Hub	7	11	12
Grau Médio	4.8	6.4	9.2
Caminho Médio	1,51	1,54	1,52
Betweenness	2.3	3.8	4.9
Entropia Dinâmica	2,580	2,914	3,380
Vulnerabilidade	0,061	0,037	0,011

Os valores da entropia dinâmica aumentam do Grafo 1 ao Grafo 3. Como dito anteriormente, a entropia tem uma relação positiva com a robustez. Isto é confirmado com a métrica da vulnerabilidade. O aumento da entropia dinâmica torna a rede menos vulnerável. Contudo, é importante salientar que os trabalhos referentes a robustez de redes, utilizando esta métrica, foram aplicados em redes não-dirigidas.

Tabela 2 – Vulnerabilidade de cada vértice do grafo contendo 20 vértices

<b>Vértice</b>	<b>Vulnerabilidade</b>
1	0,0070
2	0,0031
3	-0,0047
4	-0,0007
5	-0,0007
6	0,0070
7	-0,0086
8	0,0110
9	-0,0047
10	-0,0073
11	-0,0034
12	-0,0165
13	0,0110
14	0,0031
15	0,0005
16	0,0110
17	-0,0047
18	0,0070
19	-0,0126
20	0,0070

Empregando a equação 2.11, nos grafos contendo 10, 15 e 20 nós respectivamente, encontramos suas vulnerabilidades apresentadas na Tabela 1. Entretanto, esta medida não é indicada no caso de algumas análises específicas, como identificar a vulnerabilidade que cada vértice representa para a rede como um todo. Isto é constatado

ao selecionarmos a rede proposta com 20 vértices, o qual pode-se observar os valores da vulnerabilidade de cada nó na Tabela 2. Nota-se que parte dos vértices, possuem o valor da métrica negativo, como é o caso dos vértices 3, 10, e 19 que possuem os valores  $-0,0070$ ,  $-0,0076$  e  $-0,0047$  respectivamente. Esses resultados significam a priori, que estes vértices não ocasionam nenhum impacto na rede, ao contrário, a sua eficiência aumenta quando retirados.

### 3 Trabalhos Relacionados

Na literatura, pesquisadores realizaram estudos da vulnerabilidade e robustez do sistema aeroportuário, utilizando a teoria das redes complexas para avaliar o impacto da rede frente a eventos, que possam causar problemas no funcionamento do sistema.

O trabalho de (WANG et al., 2015), apresenta uma revisão dos principais trabalhos relacionados a vulnerabilidade de redes de transporte no geral. Nele é relatado os principais cenários estudados, linhas de definições sobre vulnerabilidade em redes de transporte, os objetivos de estudo, indicadores de vulnerabilidade. Também é possível identificar que uma das linhas de pesquisa é o transporte aéreo.

O trabalho de (LORDAN; SALLAN; SIMO, 2014), realiza uma revisão da literatura a respeito dos estudos feitos sobre as redes de transporte aéreo. Este estudo mostra que há poucas contribuições sobre robustez com foco nas redes aéreas, em comparação a outros tipos de redes de transporte. Esta evidência é confirmada nos estudos de (WANG et al., 2015), onde é divulgado que somente 4% dos estudos relacionados a vulnerabilidade de redes de transportes, está associada ao sistema aéreo. Assim, no trabalho são sugeridas algumas áreas e perspectivas para investigações, tais como o estudo de rotas globais, a análise das topologias operadas por alianças de companhias aéreas, com o intuito de ajudar na compreensão do tráfego aéreo, e avaliar o potencial dado de qualquer aeroporto, caso este fique inoperante.

A pesquisa de (LORDAN et al., 2014), mostra uma metodologia para identificar os aeroportos críticos em uma rede de transporte aéreo mundial. Para tal, o autor realiza simulações através de ataques a aeródromos. Estes são selecionados a partir de alguns critérios escolhidos na pesquisa. O intuito deste estudo, é auxiliar no desenvolvimento de possíveis planos de contingência para acontecimentos de inoperação dos aeroportos críticos identificados.

O trabalho de (HOSSAIN et al., 2013) apresenta uma abordagem para medir o desempenho dos aeroportos na rede, a partir de falhas em vários cenários selecionados. É utilizado como base o sistema aeroportuário australiano referente ao ano de 2011. Também é revelado, que a rede aérea é resiliente a falhas aleatórias nos aeroportos, porém quando se tem a falha de um alvo específico, por exemplo a um aeródromo com alto betweenness, a rede é torna-se mais sensível.

O artigo de (DALL'ASTA et al., 2006), tem como foco estudar a vulnerabilidade de redes com características topológicas associadas as suas interações, tais como o peso nas ligações entre os seus vértices, mediante a ataques intencionais. Para isso,

é utilizado como base para o estudo, a rede de transporte aéreo mundial referente ao ano de 2002. Para remoção dos vértices, são selecionadas medidas de centralidade, efetuando análises dos danos causados pelos ataques. Segundo o autor: “A inclusão de peso no tráfego fornece evidência para a extrema vulnerabilidade das redes complexas em estratégia específica e devem ser considerados como características chaves na descoberta e desenvolvimento de estratégias defensivas” (DALL’ASTA et al., 2006, p. 1).

O trabalho de (ROSSANO; MANO; ANTENEODO, 2010) realiza um estudo acerca da vulnerabilidade das malhas aéreas. Foram selecionados as bases de dados a partir dos registros de duas companhias: Air France e Gol. O objetivo, foi mostrar a vulnerabilidade das redes aéreas a ataques de aeroportos e suas ligações, utilizando a métrica de vulnerabilidade, identificando os aeroportos mais críticos para a rede, e correlacionando a medida de vulnerabilidade com outras, tal como o caminho médio.

O resumo de (MORAES; GONCALVES, 2013), realiza um estudo a respeito da vulnerabilidade do transporte aéreo nacional. Como base, foram selecionados dados dos registros de transportes de cargas e passageiros relativo ao ano de 2010. O objetivo foi mostrar como estas redes reagem com a remoção de aeroportos, a partir de falhas aleatórias e ataques intencionais. Para este último, é adotado como critério de remoção o betweenness, ou seja, utiliza-se esta métrica para a remoção de aeródromos nas simulações de ataque intencionais.

O trabalho de (PEREIRA; GONZALES-TACO; GONCALVES, 2015) tem como objetivo desenvolver um método para avaliação da vulnerabilidade em malhas aéreas, nos cenários de interrupção dos aeródromos. A partir desse método, a intenção é viabilizar a identificação dos aeroportos mais críticos no sistema, e o quanto a rede é vulnerável.

### 3.1 Característica dos Trabalhos

A Tabela 3 traz uma análise dos trabalhos realizados sobre vulnerabilidade de redes aéreas, modelando-os como redes complexas. Pode-se observar que, a maioria dos estudos tem como estratégia de simulação, a realização de ataques utilizando como critério para remoção dos vértices, o grau topológico. Dentre os indicadores mais utilizados para a análise da vulnerabilidade encontra-se a componente conectada.

Podemos observar também que, somente dois trabalhos dentre os citados apresentam estudos relacionados a falha do sistema, onde o de (MORAES; GONCALVES, 2013) tem como foco analisar a reação das redes estudadas em relação a falhas e ataques. O trabalho de (HOSSAIN et al., 2013) utiliza as falhas em aeroportos para analisá-la em diferentes cenários, para demonstrar a robustez da rede em relação a

falhas aleatórias e sobre a resiliência do sistema aéreo australiano considerando ataques determinísticos em cima aeroportos específicos considerados vulneráveis.

O restante dos trabalhos possuem como estratégia de simulação ataques, utilizando diversos critérios tal como o grau topológico e o grau de intermediação. Alguns trabalhos utilizaram em seus estudos redes dirigidas e com peso nos links. Estes são as pesquisas de (ROSSANO; MANO; ANTENEODO, 2010) e (HOSSAIN et al., 2013) onde é utilizado como peso a quantidade de voos entre as rotas e (DALL'ASTA et al., 2006) utilizando como peso das arestas a quantidade de assentos oferecidos.

Tabela 3 – Tabela Comparativa dos estudos realizados acerca da vulnerabilidade de redes aéreas

Autor-ano	Base de dados	Características da Modelagem			Estratégia de Simulação			Indicador
		Direção	Pesos (links)	Elemento para valoração	Falhas	Ataques	Critérios para seleção	
(LORDAN et al., 2014)	Mundial	Não	Não	-	Não	Sequencial	Grau, Intermedição, Modal Bonacich Power	Componente conectada
(LORDAN; SALLAN; SIMO, 2014)	Alianças comerciais	Não	Não	-	-	Sequencial	Grau, Intermedição, Modal Bonacich Power, Inverted Efficiency	Componente conectada
(HOSSAIN et al., 2013)	Austrália	Sim	Sim	Voos	Sequencial e Reposição	Sequencial	Grau, Intermedição	Subgrafos, Componente Conectada, Eficácia, Reachability
(DALL'ASTA et al., 2006)	Mundial	Não	Sim	Assentos, Distância, ASK	Não	Sequencial	Grau, Intermedição	Componente conectada, Graus
(ROSSANO; MANO; ANTENEODO, 2010)	Companhias, Continente Europeu	Sim	Sim	Voos	Não	Sequencial	Grau	Vulnerabilidade, Eficiência, Caminho Médio, Grau, Força, Coeficiente de Aglomeração
(MORAES; GONCALVES, 2013)	Brasil	Não	Não	-	Sequencial	Sequencial	Intermediação	Caminho Médio
Proposta deste trabalho	Brasil	Sim	Sim	Assentos, Distância	Sequencial	Não	-	Componente Conectada, Passageiros Afetados

## 4 Método de avaliação da vulnerabilidade

### 4.1 Como Analisar a Vulnerabilidade de uma Rede?

Em redes complexas, não é o foco estudar cada um dos componentes isoladamente, mas procura-se visualizar toda a sua complexa teia de interações e relações (MORAES; GONCALVES, 2013). Com isso, neste trabalho adotou-se representar o sistema de transporte aéreo a partir dos aeroportos situados no território nacional como vértices, e os enlaces as rotas de origem e destino entre dois aeródromos, obtendo assim uma rede dirigida. Estes aeroportos e rotas são uma seleção que compreende todos os voos dentro de um período determinado, assim a rede obtida é representação do sistema aeroportuário em um dado período. A modelagem também associa um peso às arestas que é obtido a partir da quantidade total de passageiros carregados no trecho no período em estudo.

Para atingir o objetivo deste trabalho (relatado no Capítulo 1), é preciso escolher e/ou definir claramente métodos e métricas que permitam, com segurança, comparar o nível de vulnerabilidade de redes distintas. Contudo, a análise cuidadosa das métricas existentes na literatura (conferir Capítulo 2) mostrou-se insuficiente para permitir a análise segura do sistema de transporte aéreo. Uma das limitações das métricas apresentadas no Capítulo 2 é que estas, quando consideradas isoladamente, dão uma visão estática do sistema em estudo. Em outras palavras, não é possível observar a dinâmica da rede frente a retirada de nós. Para esta análise é preciso recorrer a simulações. Entretanto, a simples comparação das métricas obtidas em redes diferentes, mesmo quando medidas em uma simulação da retirada dos nós, não permite comparar com segurança duas redes distintas.

O sistema aéreo brasileiro em diferentes estações e eventos internacionais foram modelados por meio de redes complexas a partir dos dados disponibilizados pela ANAC. Estes dados foram manipulados em uma IDE (Ambiente de Desenvolvimento Integrado), denominada RStudio, que utiliza a linguagem de programação R, destinada a estudos estatísticos. O RStudio além de permitir a simulação computacional e determinar as suas métricas, também viabilizou a comparação da vulnerabilidade de duas redes distintas a partir de um método baseado em simulação computacional, por meio de scripts desenvolvidos com o intuito de obter as análises desejadas.

Partindo da rede inicial obtida a partir dos dados do sistema de transporte aéreo, a simulação realiza os seguintes procedimentos:

1. É estabelecido um percentual de vértices para a remoção. Este percentual é variado ao longo da simulação, iniciado em 0% e prosseguindo até 99%, com passos de 1%.
2. Uma vez estabelecido este percentual, seleciona-se os vértices da rede original a serem retirados. Nessa seleção todos os vértices possuem a mesma probabilidade de serem escolhidos.
3. Após a seleção, os enlaces de entrada e saída destes vértices são removidos, ou seja, o aeroporto torna-se inoperante para pousos e decolagens. Nota-se que o aeroporto não é removido da rede, apenas é desconectado do grafo.
4. Após a remoção dos nós, observa-se o tamanho da maior componente conectada na nova topologia, e este valor é armazenado.
5. Por fim, com os dados obtidos encontramos, por meio de uma regressão linear, um modelo linear (ver equação 4.2) entre o percentual de nós retirados e o tamanho da maior componente conectada correspondente. O valor da vulnerabilidade da rede é dado pelo coeficiente angular da reta encontrada.

Neste processo, cada novo valor do percentual utiliza a rede original para a remoção dos nós de modo que a independência entre os experimentos seja preservada. A métrica do tamanho da maior componente conectada foi escolhida por ser uma medida clara do impacto da remoção de nós na conectividade da rede. A ideia do método é avaliar o quanto esta medida decai ao longo da remoção dos nós, apontando a desconexão da rede.

Outro aspecto importante deste método, é que cada passo de 1% é repetido diversas vezes para garantir a confiabilidade estatística. O número de repetições foi determinado por meio da equação 4.1. Conforme apresentado em (JAIN et al., 2010), o uso desta equação pressupõe a execução prévia do experimento com um pequeno número de amostras (em nosso caso 10) para que seja possível calcular o desvio padrão  $s$  e a média amostral  $\bar{x}$ . O valor de  $z$  depende do nível de confiança (em nosso caso utilizamos 95% de confiança sendo o valor 1,96) e a precisão  $r$  foi escolhida como 2% em nosso caso.

$$n = \left( \frac{100zs}{r\bar{x}} \right)^2 \quad (4.1)$$

Ao final obteve-se o resultado de 60 repetições para cada percentual de remoção de nós na simulação.

A Figura 8 ilustra a execução do método proposto. Nesta figura temos os valores da maior componente conectada obtidos para cada uma das 60 repetições de cada

percentual de nós removidos através da simulação. O método foi aplicado a duas redes dos sistemas de transporte aéreo dos anos de 2013 e 2014 (para detalhes sobre estas redes conferir a seção 4.2.2). Como pode-se observar na figura, a maior componente conectada decai linearmente com a retirada de nós da rede, mas a simples observação dos dados brutos não permite comparar a vulnerabilidade das redes. Porém, se observarmos a tendência de decréscimo apresentada nas retas obtidas por meio de regressão linear sobre os dados de cada uma das redes (reta verde para 2014 e reta preta para 2013), vemos que a rede de 2013 decresce mais rápido do que a rede de 2014, isto é, a rede de 2013 apresenta-se mais vulnerável do que a rede de 2014.

A equação 4.2 exibe a função do tamanho da componente conectada com a regressão linear, onde  $Pr$  é o percentual de retirada dos nós, e  $\alpha$  é o coeficiente angular da reta, sendo um valor negativo.

$$GC = \alpha * Pr + \beta \quad (4.2)$$

A vulnerabilidade pode então ser claramente representada pelo coeficiente angular da reta obtida. Quando maior o valor absoluto de  $\alpha$ , maior será a vulnerabilidade da rede estudada. Assim ao compararmos os coeficientes de cada uma das retas podemos verificar qual das redes tem maior decaimento e, conseqüentemente, maior vulnerabilidade. O emprego do coeficiente angular é interessante porque pode-se obter a estimativa intervalar deste valor por meio do seu intervalo de confiança. O que permite comparar com maior segurança a vulnerabilidade das redes em estudo.

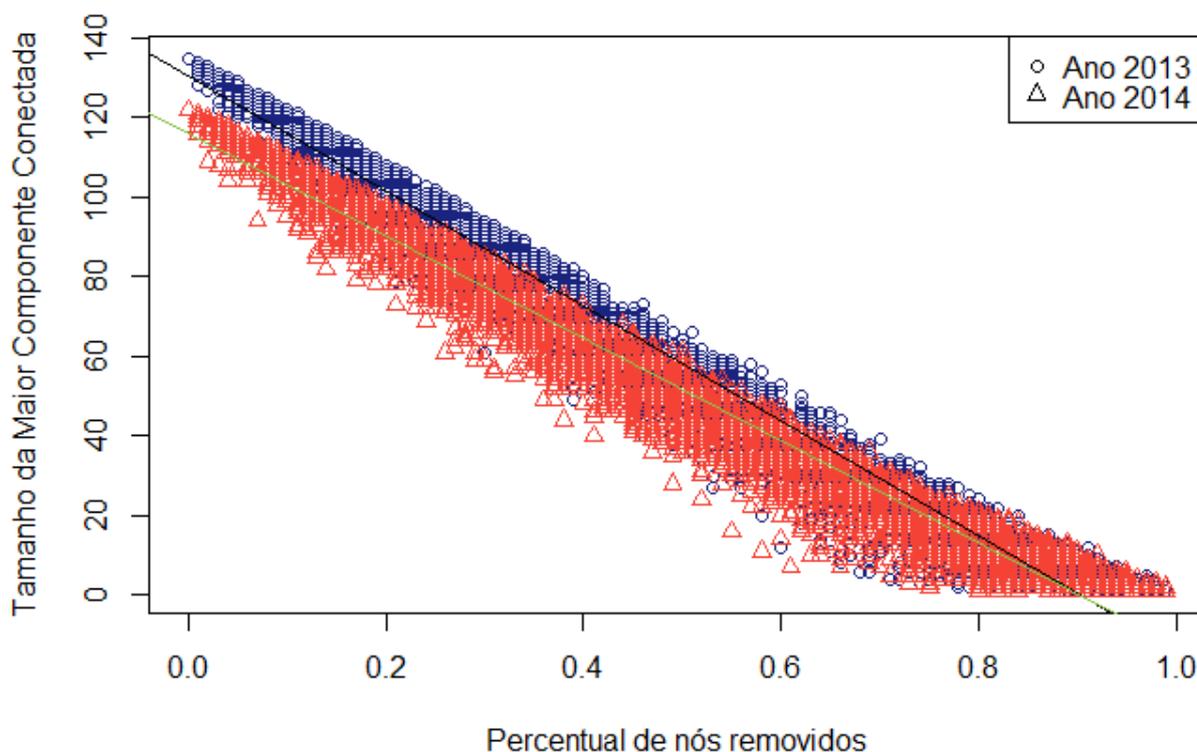


Figura 8 – Maior componente conectada com a linha de regressão linear. A linha preta corresponde a rede do ano de 2013, e a linha verde ao ano de 2014

## 4.2 Base de Dados

A ANAC (Agência Nacional de Aviação Civil) disponibiliza em seu portal, os dados estatísticos do transporte aéreo brasileiro a partir do ano 2000. Nesses dados, estão contidos o histórico de serviços aéreos realizados no país. Ao todo, são 722.992 ligações entre aeroportos nacionais e internacionais até junho de 2015. Para o estudo, foram selecionados os dados iniciados no ano 2000 até março de 2015. Foram considerados somente os voos de natureza doméstica (voos cuja origem e destino foram realizadas no Brasil), e regulares (voos onde as etapas são realizadas sob uma numeração de Horário de Transporte-HOTRAN).

Com o intuito de realizar uma análise acerca da vulnerabilidade do sistema aéreo brasileiro foram executadas três análises distintas. A primeira foca nas redes anuais, com o intuito de investigar o comportamento da vulnerabilidade ao longo dos anos (seção 4.2.2). A segunda destina-se ao estudo das redes em período de voos no verão (4.2.3), e a terceira estuda as redes que englobam períodos de eventos internacionais ocorridos recentemente no país, (seção 4.2.4).

#### 4.2.1 Informações dos dados

Os dados podem ser encontrados no portal da (ANAC, 2015), a partir do seu site<sup>1</sup>. Neste, encontra-se a disposição planilhas contendo as informações subdivididas por ano, e outro arquivo contendo base de dados completa. Nesses arquivos estão contidas informações detalhadas a respeito dos voos. Dentre essas informações encontram-se:

- Natureza do Voo: Pode ser classificada como “Doméstica”, para os casos onde todas as etapas foram realizadas no território nacional e operadas por empresas brasileiras, caso contrário é classificada como “Internacional”.
- Tipo de Voo: Pode ser classificado em “Improdutivo”, “Regular” ou “Irregular”. O primeiro é empregado nos casos de voos que não geraram receitas às empresas. O segundo refere-se às etapas remuneradas e que possuem a numeração das HOTRAN (Horário de Transporte). O último refere-se às etapas que não possuem numeração da HOTRAN (Horário de Transporte), contudo são remuneradas, tal como voos fretados.
- ASK: Medida utilizada na área de transportes aéreos que é dada pela quantidade de Assentos Oferecidos entre os aeroportos de origem e destino multiplicada pela distância do trecho.
- RPK: Refere-se à quantidade de Passageiros Pagos Transportados entre os aeroportos de origem e destino multiplicada pela distância do trecho.
- Distância: Refere-se à distância total dos voos, entre os aeroportos de origem e destino.
- Decolagens: É a quantidade de decolagem entre cada etapa, ou seja, é o número de voos realizados entre os aeroportos de origem e destino.

#### 4.2.2 Descrição dos dados para a análise ao longo dos anos

Para análise da vulnerabilidade no transcorrer dos anos, foram selecionadas as bases anuais que possuem dados pertencentes aos meses de janeiro a dezembro. Deste modo, foram escolhidas as bases referente aos anos entre 2000 e 2014, sendo excluída a base relativa a 2015, por ser ano o corrente. Com isso temos ao todo 15 bases ao longo dos últimos anos para a análise.

Na Tabela 4, encontram-se algumas informações a respeito dos dados selecionados, tal como o número de dados após a seleção do ano, meses e o tipo de voo

<sup>1</sup> <http://www2.anac.gov.br/Estatistica/DadosEstatisticos/dadosestatisticos.asp>

(doméstico). Além disso, todas as amostras passam por duas filtragens. Num primeiro momento são retirados os voos irregulares e improdutivos e, num segundo momento, são removidos os voos cuja distância (a quantidade total de quilômetros origem e destino) ou número de decolagens seja igual a 0 ou não tenha valor. Após essa filtragens, pode-se perceber que a rede corresponde aproximadamente entre 30% e 50% dos dados observados.

Tabela 4 – Quantidade de arestas das redes anuais

<b>Rede</b>	<b>Arestas observadas no ano</b>	<b>Arestas com voos regulares*</b>	<b>Arestas com voos válidos**</b>
<b>2000</b>	40903	25831	15625 (38%)
<b>2001</b>	41145	25705	15170 (37%)
<b>2002</b>	39559	25463	14307 (36%)
<b>2003</b>	31339	20784	12238 (39%)
<b>2004</b>	30841	20939	12223 (40%)
<b>2005</b>	31977	22217	12709 (40%)
<b>2006</b>	42273	26951	12795 (30%)
<b>2007</b>	46944	29708	14222 (30%)
<b>2008</b>	36594	26411	13625 (37%)
<b>2009</b>	30399	21653	13978 (46%)
<b>2010</b>	34917	24036	15740 (45%)
<b>2011</b>	37070	27973	18680 (50%)
<b>2012</b>	37198	26996	18448 (50%)
<b>2013</b>	36810	25702	16792 (46%)
<b>2014</b>	32794	21085	14404 (44%)

\* Entende-se por voos regulares aqueles em que as etapas são realizadas sob uma numeração de Horário de Transporte (HOTRAN). Voos fretados não entram nessa categoria.

\*\* Entende-se por decolagens válidas, os voos que possuem números de decolagens e distância voada diferente de 0 ou nenhum dado (vazio).

A partir da modelagem do sistema aéreo brasileiro como uma rede complexa, pode-se visualizar sua estrutura global por meio das Figuras 9 e 10. Nessas figuras estão atribuídos os aeroportos que possuem conexão (rota) com outro aeroporto. Na Figura 9a é apresentado a rede relativa ao ano de 2003 e a Figura 9b a rede referente ao ano 2007. Nota-se que alguns aeródromos possuem somente uma conexão para o ano de 2003, enquanto no ano de 2007, a priori foram adicionados novas rotas a rede. Na Figura 10a mostra a rede do ano de 2009, enquanto a Figura 10b a rede referente ao ano 2014. Nota-se que no ano de 2014 alguns aeroportos não estão presentes na rede comparado a rede do ano de 2009.

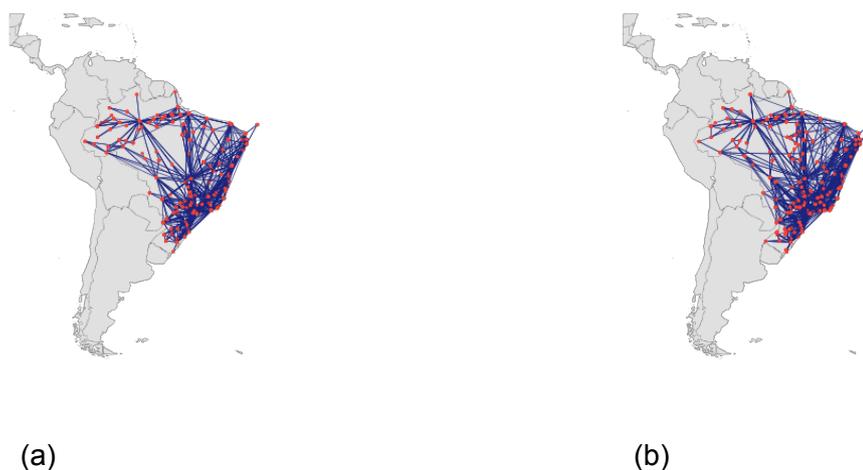


Figura 9 – Mapa redes representada no espaço geográfico (a) Rede aérea do ano 2003, (b) Rede aérea do ano 2007

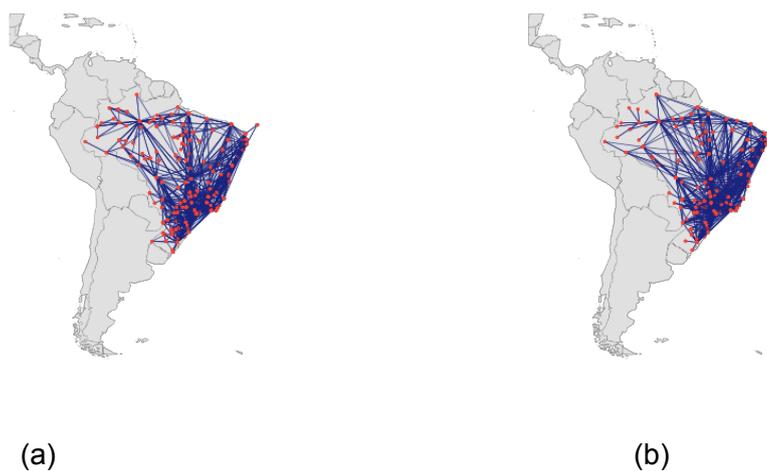


Figura 10 – Mapa redes representada no espaço geográfico (a) Rede aérea do ano 2009, (b) Rede aérea do ano 2014

#### 4.2.3 Descrição dos dados para a análise dos voos no verão

Para o estudo da vulnerabilidade da rede aeroportuária em períodos de voos no verão foram considerados a ocorrência dos seguintes episódios:

- Festividades de final de ano (Natal e Reveillon);
- Férias de janeiro;
- Carnaval.

O feriado de carnaval é variante entre meses de fevereiro e março, como pode ser observado na Tabela 5<sup>2</sup>. Em razão dessa variação, o mês de março foi incluído no período. Em virtude disto, foi considerado o intervalo para análise da vulnerabilidade, os meses correspondentes de dezembro até março do ano seguinte. Para comparação, foram extraídos dados pertencentes aos meses de abril até novembro.

Tabela 5 – Feriado de Carnaval. Fonte: Instituto de Informática - UFRGS

<b>Ano</b>	<b>Carnaval</b>
2000	07/mar/2000
2001	27/fev/2001
2002	12/fev/2002
2003	04/mar/2003
2004	24/fev/2004
2005	08/fev/2005
2006	28/fev/2006
2007	20/fev/2007
2008	05/fev/2008
2009	24/fev/2009
2010	16/fev/2010
2011	08/mar/2011
2012	21/fev/2012
2013	12/fev/2013
2014	04/mar/2014
2015	17/fev/2015

Na Tabela 6, encontram-se algumas informações a respeito dos dados selecionados referentes ao período de férias. Na Tabela 7, informações referentes ao período de abril até novembro selecionadas para comparação. Nestas tabelas estão contidas o número de dados após a seleção do ano, meses e o tipo de voo (doméstico), e a quantidade de dados após duas filtragens. Num primeiro momento são retirados os voos irregulares e improdutivos e, num segundo momento, são removidos os voos cuja distância (a quantidade total de quilômetros origem e destino) ou número de decolagens seja igual a 0 ou não tenha valor.

Na tabela 6, pode-se observar que as arestas após o processo de filtragem correspondem de 26% a 50% em relação a seleção das arestas selecionadas no período de férias. Na tabela 7, observa-se que as arestas após o processo de filtragem correspondem de 32% a 51% em relação a seleção das arestas observadas.

<sup>2</sup> <http://www.inf.ufrgs.br/>

Tabela 6 – Dados das redes correspondente aos períodos sazonais (dezembro até janeiro)

<b>Rede</b>	<b>Arestas observadas no ano</b>	<b>Arestas com voos Regulares*</b>	<b>Arestas com voos Válidos**</b>
<b>2000</b>	13790	8485	5053 (37%)
<b>2001</b>	13976	8965	4988 (36%)
<b>2002</b>	12569	7593	4299 (34%)
<b>2003</b>	10415	6982	4104 (39%)
<b>2004</b>	9862	6853	4047 (41%)
<b>2005</b>	14755	9937	4450 (30%)
<b>2006</b>	17636	11021	4644 (26%)
<b>2007</b>	16441	10743	4738 (29%)
<b>2008</b>	9679	6982	4348 (45%)
<b>2009</b>	11295	7940	5204 (46%)
<b>2010</b>	12747	9304	6229 (49%)
<b>2011</b>	12626	9269	6299 (50%)
<b>2012</b>	12295	8665	5677 (46%)
<b>2013</b>	11663	7583	5103 (44%)
<b>2014</b>	11012	7231	5045 (46%)

Tabela 7 – Dados das redes correspondente ao período de abril até novembro

<b>Rede</b>	<b>Arestas observadas no ano</b>	<b>Arestas com voos Regulares*</b>	<b>Arestas com voos Válidos**</b>
<b>2000</b>	26715	17030	10212 (38%)
<b>2001</b>	27180	17049	10125 (37%)
<b>2002</b>	25822	16749	9563 (37%)
<b>2003</b>	19699	13569	7946 (40%)
<b>2004</b>	20690	14122	8213 (40%)
<b>2005</b>	20619	14211	8515 (41%)
<b>2006</b>	26515	16966	8387 (32%)
<b>2007</b>	29379	18690	9504 (32%)
<b>2008</b>	22436	16618	8894 (40%)
<b>2009</b>	22436	16618	8894 (40%)
<b>2010</b>	23274	15747	10266 (44%)
<b>2011</b>	24355	18643	12451 (51%)
<b>2012</b>	24799	17986	12312 (50%)
<b>2013</b>	24013	16930	11029 (46%)
<b>2014</b>	21640	13856	9515 (44%)

\* Entende-se por voos regulares aqueles em que as etapas são realizadas sob uma numeração de Horário de Transporte (HOTRAN). Voos fretados não entram nessa categoria.

\*\* Entende-se por decolagens válidas, os voos que possuem números de decolagens e distância voada diferente de 0 ou nenhum dado (vazio).

#### 4.2.4 Descrição dos dados para a análise dos eventos internacionais

Alguns eventos internacionais realizados no país foram destaque para o Brasil nos últimos anos. Dentre eles foram escolhidos três, ocorridos recentemente: a Copa das Confederações e a Jornada Mundial da Juventude (JMJ), nos meses de junho e julho de 2013 respectivamente, e a Copa do Mundo, nos meses de junho a julho de 2014. O segundo evento mencionado se concentrou na cidade do Rio de Janeiro, enquanto os dois restantes estenderam-se por todo o país.

Para simplificar a análise, os dois eventos ocorridos em 2013 foram reunidos em uma única rede, pois ocorreram em meses subsequentes. Para comparação, foram selecionadas redes de mesmo período (junho e julho), pertencentes a três anos anteriores, ou seja, 2010, 2011 e 2012.

A Tabela 8 reúne informações sobre as redes selecionadas, como o número de dados na rede após a seleção do ano, meses e o tipo de voo (doméstico). Além disso, foram realizadas duas filtragens. Num primeiro momento são retirados os voos irregulares e improdutivos e, num segundo momento, são removidos os voos cuja distância (a quantidade total de quilômetros origem e destino) ou número de decolagens seja igual a 0 ou não tenha valor. Nota-se que após a filtragem dessas informações os dados correspondem de 37% a 52% dos dados observados, sendo o menor valor encontrado para a rede da Copa do Mundo.

Tabela 8 – Dados das redes correspondente meses de julho e julho

<b>Rede</b>	<b>Arestas observadas no ano</b>	<b>Arestas com voos Regulares*</b>	<b>Arestas com voos Válidos**</b>
<b>2010</b>	5807	3749	2428 (42%)
<b>2011</b>	6221	4756	3229 (52%)
<b>2012</b>	6433	4594	3187 (50%)
<b>JMJ e Copa da Confederações (2013)</b>	6632	4569	2950 (44%)
<b>Copa do Mundo (2014)</b>	6325	3440	2358 (37%)

\* Entende-se por voos regulares aqueles em que as etapas são realizadas sob uma numeração de Horário de Transporte (HOTRAN). Voos fretados não entram nessa categoria.

\*\* Entende-se por decolagens válidas, os voos que possuem números de decolagens e distância

## 5 Resultados

### 5.1 Topologia das Redes Analisadas

As redes selecionadas no Capítulo 4, foram analisadas de acordo com algumas medidas topológicas de redes complexas, apresentadas no Capítulo 2, que têm como objetivo obter uma visão geral da organização da rede. Além disso, estas métricas permitem identificar quais são os aeroportos críticos na rede, tanto aqueles que possuem múltiplas arestas, os *hubs*, quanto aqueles que tem o maior potencial de servir como aeroporto de conexão, isto é, aqueles que possuem maior valor do *betweenness*.

#### 5.1.1 Análise ao longo dos anos

Observando as métricas das redes anuais selecionadas, vide Tabela 9, constata-se que no decorrer do tempo, quantidade de aeroportos no sistema de transporte aéreo brasileiro vem diminuindo. É sugerido que, ao longo dos anos, as empresas aéreas tenderam a investir em rotas mais rentáveis em vez de novas rotas, causando possivelmente a diminuição dos aeroportos, e a modificação de rotas (ROCHA, 2009).

O *hub* das redes ao longo dos anos estão concentrados em 4 aeródromos: SBSP (Aeroporto de Congonhas), SBGR (Aeroporto Internacional de São Paulo - Guarulhos), SBBR (Aeroporto Internacional de Brasília) e SBKP (Aeroporto Internacional de Viracopos - Campinas). Os valores do grau dos hubs variam entre 95 no ano de 2008, para o aeroporto SBGR e 128 no ano de 2013 para o aeroporto SBKP. Dentre os aeroportos citados, 75% estão localizados no estado de São Paulo, o que mostra que o estado é responsável por grande parte das conexões de rotas do país. O valor caminho médio é baixo, variando de 2,54 a 3,01. Isto mostra que todas as redes selecionadas, possuem a propriedade de redes *small world*, características em redes reais de comunicação (ROSSANO; MANO; ANTENEODO, 2010). Ademais, isto indica que a quantidade média de conexões nos voos ao longo do país fica em torno de 1 a 2 conexões.

O *betweenness* global da rede nos últimos nove anos decresceu consideravelmente. Isto indica uma maior distribuição das rotas, onde os vértices encontram-se menos centrais para a rede. A priori isso aponta que, com a diminuição do valor desta medida, há uma contribuição positiva para a vulnerabilidade da rede, uma vez que a desconexão da rede passa a ser mais difícil. Os aeroportos com o maior *betweenness* ao longo dos anos são SBSP (Aeroporto de Congonhas), SBGR (Aeroporto Internacional de São Paulo - Guarulhos), SBBR (Aeroporto Internacional de Brasília), o que

mostra a tendência destes aeroportos em ser ponto de conexões na rede. Pode-se observar que  $\frac{2}{3}$  dos aeroportos com maiores valores de intermediação estão localizados no estado de São Paulo.

Tabela 9 – Métricas das redes anuais

Ano	Vértices	Enlaces	Hub	Grau Hub	Grau Médio	Caminho Médio	Betweenness	Betweenness (Nó)
2000	171	1291	SBSP	110	15,099	2,96	666,830	SBBR (16563)
2001	153	1173	SBSP	108	15,333	3,01	585,693	SBBR (11304)
2002	154	1184	SBSP	111	15,377	2,93	587,935	SBSP (13178)
2003	133	970	SBSP	105	14,586	2,84	441,850	SBSP (10691)
2004	135	1000	SBSP	103	14,815	2,81	444,496	SBSP (10306)
2005	154	1056	SBSP	106	13,714	2,98	560,935	SBBR (12900)
2006	149	1111	SBSP	108	14,913	2,93	556,584	SBBR (11423)
2007	152	1253	SBGR	113	16,487	2,78	553,901	SBSP (12820)
2008	138	1104	SBGR	95	16,000	2,85	488,203	SBBR (9836)
2009	137	1145	SBBR	100	16,715	2,80	479,431	SBBR (10102)
2010	141	1268	SBGR	110	17,986	2,78	496,553	SBBR (10508)
2011	143	1360	SBGR	119	19,021	2,68	491,147	SBBR (9653)
2012	131	1315	SBGR	119	20,076	2,54	435,611	SBBR (8044)
2013	135	1262	SBKP	128	18,696	2,58	434,985	SBBR (7835)
2014	122	1002	SBKP	123	16,426	2,56	370,434	SBGR (5439)

### 5.1.2 Análise dos voos no verão

Durante o período de dezembro à março, muitas pessoas costumam viajar para aproveitar as festividades de final de ano, recesso escolar, férias do trabalho, além do carnaval. O resultado da análise topológica para esse período encontra-se na Tabela 10. Ao observar o *hub*, constata-se que a maioria das redes analisadas possuem o mesmo aeroporto com o maior número de conexões em relação as redes propostas para comparação, com exceção das seguintes redes:

- 2008 e 2008-2009, com os *hubs* SBGR (Aeroporto Internacional de São Paulo - Guarulhos) e SBBR (Aeroporto Internacional de Brasília), respectivamente.
- 2009 e 2009-2010, com os *hubs* SBBR (Aeroporto Internacional de Brasília) e SBGR (Aeroporto Internacional de São Paulo - Guarulhos), respectivamente.
- 2012 e 2012-2013, com os *hubs* SBGR (Aeroporto Internacional de São Paulo - Guarulhos) e SBKP (Aeroporto Internacional de Viracopos - Campinas), respectivamente.

Em relação ao valor do grau do *hub*, as redes no período de voos no verão, no geral possuem valores menores comparado as redes selecionadas para comparação, com exceção das redes nos períodos de 2010-2011 e 2010 cujo a primeira rede possui o maior grau 105 e o segundo o valor 101, e 2009-2010 e 2009 cujo o maior grau da rede é o mesmo para as duas redes. Todas as redes possuem o tamanho caminho médio baixo, o qual pode-se identificar nas redes a propriedade das redes mundo pequeno. Com relação aos aeroportos com maior grau de intermediação ou *betweenness*, a maioria das redes comparadas possuem o mesmo aeroporto, com a ressalva das redes:

- 2004, o SBSP (Aeroporto de Congonhas) e 2004-2005, o SBBR (Aeroporto Internacional de Brasília)
- 2007, o SBSP (Aeroporto de Congonhas) e 2007-2008 o SBBR (Aeroporto Internacional de Brasília)
- 2014 o SBGR (Aeroporto Internacional de São Paulo - Guarulhos) e 2014-2015 o SBBR (Aeroporto Internacional de Brasília)

Tabela 10 – Métricas das redes no período de abril até novembro e dezembro até janeiro

<b>Rede</b>	<b>Vértices</b>	<b>Enlaces</b>	<b>Hub</b>	<b>Grau do Hub</b>	<b>Grau Médio</b>	<b>Caminho Médio</b>	<b>Betweenness</b>	<b>Betweenness (Nó)</b>
2000	160	1112	SBSP	104	13,90	3,07	638,7	SBBR (14738)
2000-2001	142	878	SBSP	97	12,37	3,09	528,5	SBBR (10397)
2001	149	1073	SBSP	104	14,40	3,03	576,1	SBBR (10074)
2001-2002	149	941	SBSP	89	12,63	3,16	553,5	SBBR (10631)
2002	145	1048	SBSP	107	14,46	2,96	553,5	SBSP (11842)
2002-2003	114	689	SBSP	79	12,09	2,99	422,8	SBSP (8139)
2003	125	858	SBSP	97	13,73	2,85	401,5	SBSP (9540)
2003-2004	121	736	SBSP	91	12,17	2,95	373,1	SBSP (7840)
2004	130	920	SBSP	98	14,15	2,79	423,9	SBSP (9432)
2004-2005	136	791	SBSP	99	11,63	3,01	462,9	SBBR (9664)
2005	146	956	SBSP	105	13,10	2,98	518,3	SBBR (11889)
2005-2006	142	808	SBSP	98	11,38	3,18	535,9	SBBR (11190)
2006	138	980	SBSP	97	14,20	2,90	507,2	SBSP (10048)
2006-2007	137	928	SBSP	93	13,55	2,92	469,8	SBSP (9747)
2007	150	1130	SBGR	110	15,07	2,85	544,6	SBSP (12498)
2007-2008	136	913	SBGR	89	13,43	3,03	485,5	SBBR (9179)
2008	132	986	SBGR	88	14,94	2,89	460,6	SBBR (9058)
2008-2009	133	799	SBBR	84	12,02	3,05	469,8	SBBR (9820)
2009	136	1067	SBBR	92	15,69	2,85	477,7	SBBR (9976)
2009-2010	134	990	SBGR	92	14,78	2,95	479,1	SBBR (9757)
2010	133	1117	SBGR	101	16,80	2,80	468,7	SBBR (9070)
2010-2011	131	1069	SBGR	105	16,32	2,77	451,8	SBBR (7980)
2011	138	1238	SBGR	116	17,94	2,70	466,9	SBBR (9036)
2011-2012	126	1035	SBGR	106	16,43	2,68	403,8	SBBR (7574)
2012	128	1206	SBGR	113	18,84	2,57	421,9	SBBR (7811)
2012-2013	123	984	SBKP	100	16,00	2,65	396,3	SBBR (7419)
2013	130	1094	SBKP	123	16,83	2,65	409,6	SBBR (7251)
2013-2014	120	864	SBKP	120	14,40	2,67	366,4	SBBR (5510)
2014	116	915	SBKP	116	15,78	2,55	346,7	SBGR (4869)
2014-2015	110	828	SBKP	112	15,05	2,54	317,6	SBBR (4909)

### 5.1.3 Análise dos eventos internacionais

Os eventos realizados no país, referentes aos anos 2013 e 2014, abrangeram um grande número de conexões entre os aeroportos brasileiros. Isto pode ser observado a partir da quantidade de enlaces existentes, vide Tabela 11. Comparando os eventos, ao mesmo período dos anos de 2011 e 2012 o número de enlaces decresceu, bem como o número de vértices. Apesar do número de enlaces no período de 2010 ser menor em relação aos dois anos posteriores, ainda é superior 2014. Isto indica uma reorganização, no cenário do transporte aéreo brasileiro para receber os eventos ocorridos recentemente, sobretudo a Copa do Mundo.

Os *hubs* são SBGR (Aeroporto Internacional de São Paulo - Guarulhos) para as redes 2010, 2011 e 2012, e SBKP (Aeroporto Internacional de Viracopos-Campinas) em 2013 e 2014. O grau médio varia entre 12,93 em 2010, e 13,70 em 2014. O valor do caminho médio é menor no período relativo a Copa do Mundo (2,60) e maior em 2010 (3,05). Apesar desta diferença, as redes possuem tamanho do caminho médio que indicam a propriedade características de redes do modelo *small world*.

O valor do *betweenness* global diminui ao longo das redes de 2010 e 2014. O aeroporto com maior grau de intermediação na Copa do Mundo foi o SBGR (Aeroporto Internacional de São Paulo - Guarulhos), enquanto nos anos anteriores de mesmo período foi o SBBR (Aeroporto Internacional de Brasília). Essa redução do *betweenness* global, confirma a sugestão de uma reorganização da rede para receber os eventos ocorridos recentemente, em especial a Copa do Mundo.

Tabela 11 – Métricas das redes analisadas em período de eventos internacionais

<b>Rede</b>	<b>Vértices</b>	<b>Enlaces</b>	<b>Hub</b>	<b>Grau do Hub</b>	<b>Grau Médio</b>	<b>Caminho Médio</b>	<b>Betweenness</b>	<b>Betweenness (Nó)</b>
2010	121	782	SBGR	121	12,93	3,05	425,62	SBBR (7478)
2011	133	1003	SBGR	131	15,08	2,90	445,26	SBBR (8493)
2012	125	995	SBGR	123	15,92	2,70	402,30	SBBR (7214)
Copa-JMJ*	124	908	SBKP	124	14,65	2,75	398,35	SBBR (6866)
Copa (2014)**	106	726	SBKP	106	13,70	2,60	303,48	SBGR (4227)

\* A Copa das Confederações foi realizada em junho e a JMJ (Jornada Mundial da Juventude) foi realizado em julho do ano 2013.

\*\* A Copa do Mundo foi realizada nos meses de junho e julho do ano 2014.

## 5.2 Vulnerabilidade das Redes Analisadas

Após o processo das simulações conforme o método apresentado no Capítulo 4, temos os seus respectivos resultados na Figura 11, onde é apresentado a vulnerabilidade das redes de todas as análises reunidas. Observando este gráfico, nota-se que no geral, as redes ao longos dos anos tem se tornado menos vulneráveis a falhas aleatórias em seus componentes. Nas próximas seções serão apresentadas os resultados específicos de cada análise selecionada.

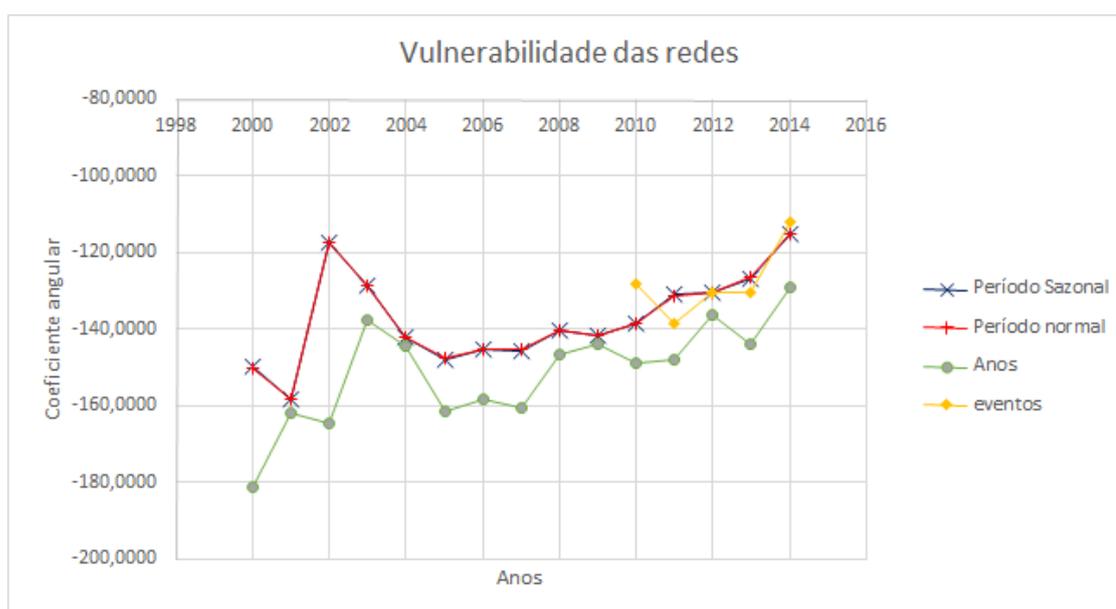


Figura 11 – Vulnerabilidade da rede ao longo dos anos

### 5.2.1 Análise ao longo dos anos

Para avaliar a vulnerabilidade do sistema no decorrer dos anos foram realizadas simulações de falhas aleatórias, conforme o método proposto no Capítulo 4. A cada passo, um subconjunto dos vértices foram selecionados para retirada com base em um percentual. Em seguida estes nós são desconectados da rede. Assim, o aeroporto que falha, fica impossibilitado de realizar pousos e decolagens. A partir destas simulações foi obtido o coeficiente angular da regressão linear sobre o tamanho da maior componente conectada.

Tabela 12 – Coeficiente angular das redes ao longo dos anos

<b>Ano</b>	<b>Coeficiente Angular</b>	<b>Intervalo de Confiança (-)</b>	<b>Intervalo de Confiança (+)</b>	<b>Margem de erro</b>
<b>2000</b>	-181,31	-182,179	-180,442	0,8684
<b>2001</b>	-161,891	-162,669	-161,112	0,7783
<b>2002</b>	-164,793	-165,575	-164,012	0,7818
<b>2003</b>	-137,637	-138,335	-136,938	0,698
<b>2004</b>	-144,384	-145,074	-143,695	0,6893
<b>2005</b>	-161,449	-162,273	-160,626	0,8237
<b>2006</b>	-158,384	-159,139	-157,63	0,7541
<b>2007</b>	-160,788	-161,493	-160,083	0,7051
<b>2008</b>	-146,419	-147,055	-145,783	0,6357
<b>2009</b>	-143,772	-144,425	-143,118	0,6534
<b>2010</b>	-148,918	-149,525	-148,311	0,6073
<b>2011</b>	-147,777	-148,349	-147,206	0,5714
<b>2012</b>	-136,504	-136,984	-136,024	0,4801
<b>2013</b>	-144,01	-144,558	-143,462	0,5475
<b>2014</b>	-128,989	-129,538	-128,439	0,5493

A Tabela 12 apresenta os valores do coeficiente angular e seus respectivos intervalos de confiança (considerando 95% de confiança) para cada rede anual. Verifica-se que a rede do ano 2000 possui o maior valor absoluto do coeficiente angular, informando que este ano o sistema aéreo brasileiro encontrou-se mais vulnerável em comparação aos anos posteriores. Isto também pode ser visto na Figura 12 onde é apresentado um gráfico a respeito da vulnerabilidade das redes ao longo dos anos. Devido aos valores dos intervalos de confiança serem considerados pequenos para todas as redes, ao serem adicionados no gráfico não apresentam diferenças significativas em relação aos valores do coeficiente angular.

Nas redes pertencentes aos anos 2000 e 2001, ocorreu uma diminuição considerável da vulnerabilidade, entretanto, a rede do ano subsequente se tornou mais vulnerável. A variação da vulnerabilidade se repetiu no ano seguinte, onde a rede relativa ao ano 2003 teve uma diminuição considerável e voltou a decair no ano posterior.

As redes relativas aos anos 2005 e 2007, apresentam vulnerabilidades equivalentes. Nota-se que as duas redes citadas estão entre a rede pertencente ao ano com diversos problemas no sistema aéreo brasileiro como greve dos controladores de tráfego aéreo, apesar desta um pouco menos vulnerável.

A rede pertencente ao ano 2014 é considerada a menos vulnerável de todos os anos analisados. Isto sugere uma reorganização do sistema aéreo brasileiro para receber o evento da copa do mundo, acolher os jogos da copa realizados em várias cidades do Brasil. Contudo, pode-se perceber que esta melhoria da vulnerabilidade do sistema vem se dando de forma gradual ao longo dos anos.

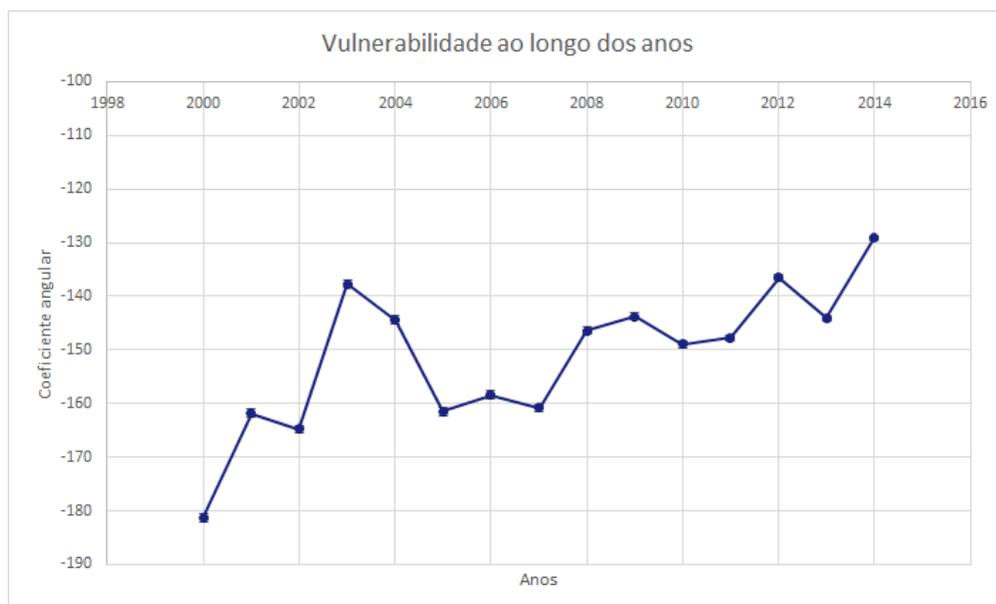


Figura 12 – Vulnerabilidade da rede ao longo dos anos

Na análise das redes ao longo dos anos, além de considerar o tamanho da maior componente conectada, mediu-se também o percentual de passageiros pagos afetados pela inoperação dos aeródromos. O objetivo desta análise é verificar o percentual de passageiros impactados, devido à paralisação dos aeroportos. Note-se que o procedimento executado é o mesmo daquele explicado no Capítulo 4.

O resultado é apresentado na Figura 13. Como pode ser observado, existe uma variação elevada dos valores referentes as simulações. Por esta razão foi realizado o cálculo da média adquirida pelos resultados das 60 repetições efetuadas para cada percentual simulado. As Figuras 14 e 15 apresentam os gráficos destas médias.

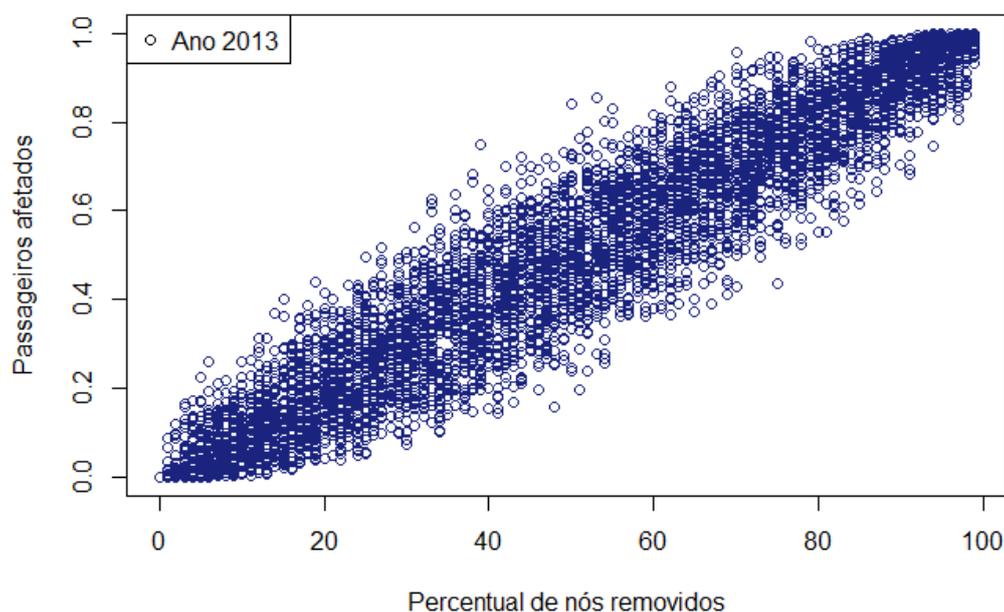


Figura 13 – Quantidade de passageiros afetados com a retirada de nós, variação dos resultados

A figura 14 apresenta duas redes como exemplo, onde o gráfico 14a mostra o percentual de passageiros impactados sobre a rede do ano 2002. O gráfico 14b mostra o impacto do percentual de passageiros em relação a falha dos aeroportos, considerando a rede do ano 2006.

Na Figura 14a tem-se a seguinte situação: no caso de falha em aproximadamente 20% dos aeroportos, em torno de 20% dos passageiros são impactados. Este cenário é equivalente para a rede de 2006 Figura 14b. É perceptível a linearidade entre o percentual de nós (aeroportos) removidos e o percentual de passageiros afetados.

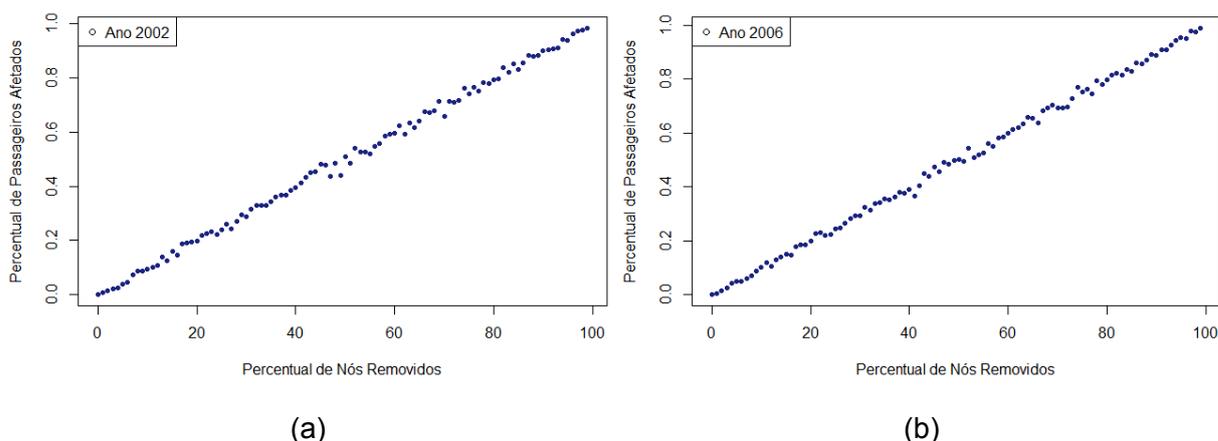


Figura 14 – Percentual de passageiros afetados com a falha aleatória dos aeroportos (a) Rede do ano 2002, (b) Rede do ano 2006

A figura 15, exibem as redes dos anos 2009 (15a) e 2014 (15b). Esses dois gráficos também mostram um resultado interessante. A Figura 15a apresenta que o seguinte cenário: no caso de aproximadamente 20% dos aeroportos falharem, cerca de 20% dos passageiros são afetados. Esta situação também se repete para a Figura do ano de 2014 15b. Nestas redes também é perceptível a linearidade entre o percentual de nós (aeroportos) removidos e o percentual de passageiros afetados.

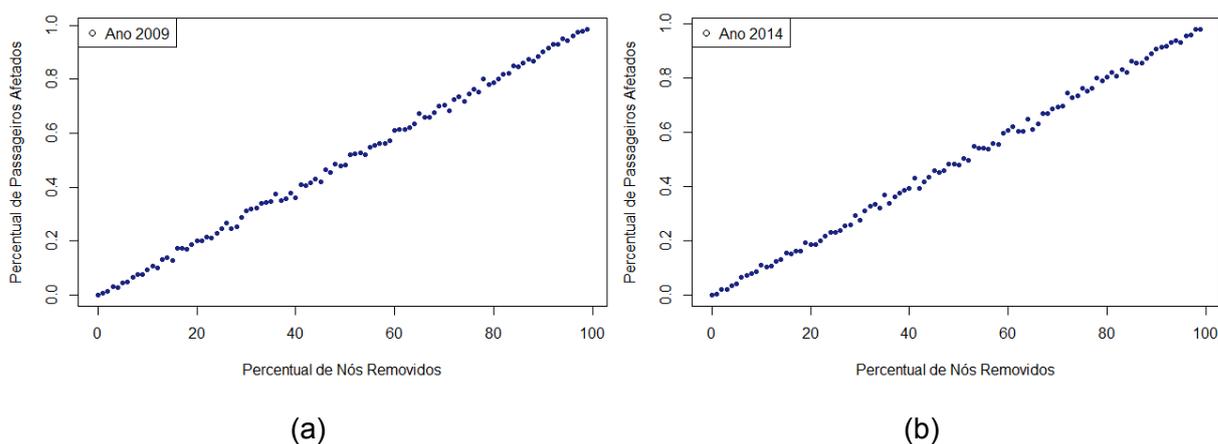


Figura 15 – Percentual de passageiros afetados com a falha aleatória dos aeroportos (a) Rede do ano 2009, (b) Rede do ano 2014

É perceptível que, apesar das quatro redes citadas, serem distintas e em anos não subsequentes, elas sugerem o mesmo resultado. Esta ocorrência repete-se para todas as outras redes ao longo dos anos, assim como a linearidade dos resultados.

### 5.2.2 Análise dos voos no verão

Comparando a vulnerabilidade das redes do verão com as redes obtidas considerando os demais meses do ano, conforme mostram as Tabelas 13 e 14, pode-se afirmar que a vulnerabilidade dos pares de redes são semelhantes, isto é, como os intervalos de confiança se sobrepõe, nada podemos afirmar sobre a diferença destas vulnerabilidades. A Figura 16 ilustra melhor este resultado. Assim o sistema aéreo brasileiro no período de férias de verão não se torna mais vulnerável, que nos outros meses, ou seja, a vulnerabilidade permanece similar para todos os meses do ano, mesmo sendo considerado o intervalo de confiança para todas as redes.

Tabela 13 – Coeficiente angular das redes em período de voos no verão

<b>Ano</b>	<b>Coeficiente Angular</b>	<b>Intervalo de Confiança (-)</b>	<b>Intervalo de Confiança (+)</b>	<b>Margem de erro</b>
<b>2000</b>	-149,9627	-150,8218	-149,1036	0,8591
<b>2001</b>	-158,2420	-159,1470	-157,3371	0,9050
<b>2002</b>	-117,3941	-118,0979	-116,6903	0,7038
<b>2003</b>	-128,7112	-129,4571	-127,9652	0,7460
<b>2004</b>	-142,1497	-142,9656	-141,3338	0,8159
<b>2005</b>	-147,8477	-148,7285	-146,9669	0,8808
<b>2006</b>	-145,4302	-146,1727	-144,6876	0,7425
<b>2007</b>	-145,5292	-146,2650	-144,7934	0,7358
<b>2008</b>	-140,2443	-141,0327	-139,4558	0,7884
<b>2009</b>	-141,4975	-142,1734	-140,8217	0,6758
<b>2010</b>	-138,6527	-139,2407	-138,0648	0,5879
<b>2011</b>	-131,0871	-131,6247	-130,5495	0,5376
<b>2012</b>	-130,3238	-130,8742	-129,7734	0,5504
<b>2013</b>	-126,6252	-127,2442	-126,0061	0,6190
<b>2014</b>	-115,0953	-115,6008	-114,5899	0,5054

Tabela 14 – Coeficiente angular das redes em período de abril à novembro

Ano	Coeficiente Angular	Intervalo de Confiança (-)	Intervalo de Confiança (+)	Margem de erro
2000	-150,3853	-151,2294	-149,5413	0,8441
2001	-158,4544	-159,3615	-157,5473	0,9071
2002	-117,2130	-117,9193	-116,5067	0,7063
2003	-128,7620	-129,4911	-128,0330	0,7290
2004	-142,0137	-142,8359	-141,1915	0,8222
2005	-147,6204	-148,5073	-146,7335	0,8869
2006	-145,3741	-146,1180	-144,6302	0,7439
2007	-145,1287	-145,8579	-144,3995	0,7292
2008	-140,2605	-141,0472	-139,4738	0,7867
2009	-141,6255	-142,2989	-140,9522	0,6734
2010	-138,7067	-139,2902	-138,1232	0,5835
2011	-131,2205	-131,7580	-130,6831	0,5374
2012	-130,5602	-131,1025	-130,0180	0,5422
2013	-126,2660	-126,8735	-125,6585	0,6075
2014	-115,3188	-115,8257	-114,8119	0,5069

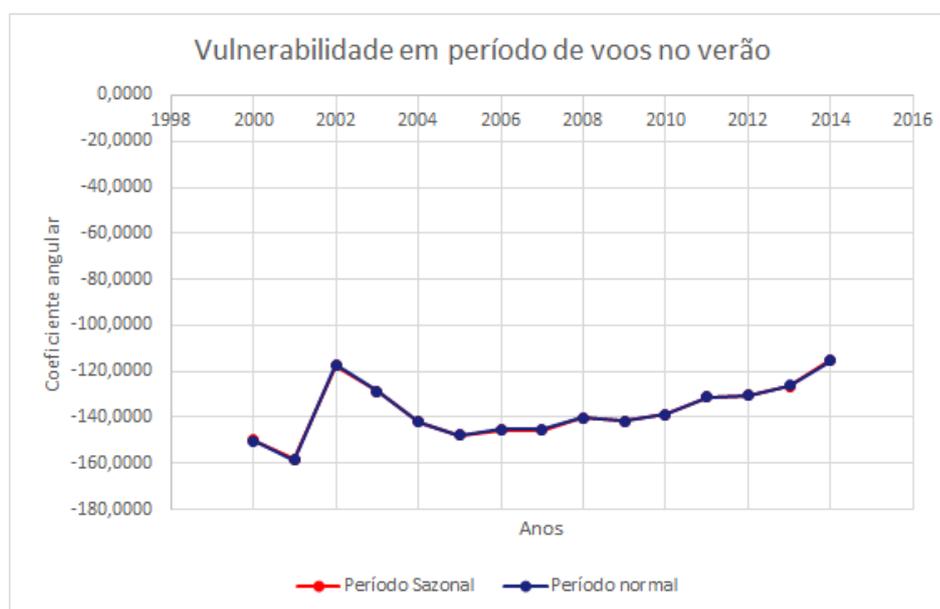


Figura 16 – Vulnerabilidade da rede em período de voos no verão

### 5.2.3 Análise dos eventos internacionais

Comparando as redes no período de eventos em relação ao mesmo período em anos anteriores obtemos seus resultados na Tabela 15. É possível perceber que o intervalo de confiança é considerado pequeno, o que não o torna visível quando exposto na Figura 17. Na Tabela 15 pode-se observar também, que as redes do ano 2012 e mesmo período do ano 2013, o qual ocorreu a Copa das Confederações e a Jornada Mundial da Juventude, possuem diferenças ínfimas em seus coeficientes, assim como

nos intervalos de confiança. Isto indica que não houve maiores intervenções na rede para acomodar estes eventos.

Tabela 15 – Coeficiente angular das redes nos eventos

Ano	Coeficiente Angular	Intervalo de Confiança (-)	Intervalo de Confiança (+)	Margem de erro
<b>2010</b>	-127,9665	-128,6394	-127,2937	0,6729
<b>2011</b>	-138,7059	-139,3279	-138,0839	0,6220
<b>2012</b>	-130,5229	-131,0845	-129,9614	0,5616
<b>Copa/JMJ 2013</b>	-130,5218	-131,1456	-129,8980	0,6238
<b>Copa 2014</b>	-112,0691	-112,6020	-111,5361	0,5329

Para uma melhor visualização, a Figura 17 apresenta a vulnerabilidade de cada rede selecionada para a análise. É perceptível que, em 2010 a rede encontrou-se menos vulnerável que no ano subsequente. O período de 2011 no gráfico é considerado o mais vulnerável dentre todas as redes. Como dito anteriormente, as redes de 2012 e 2013 possuem vulnerabilidades são semelhantes, observado na Figura 17. A rede de 2014 é considerada a menos vulnerável de todas as outras. Isto indica uma reorganização do sistema aeroportuário brasileiro, com a finalidade de comportar o grande número de demandas geradas pelos jogos da Copa do Mundo.

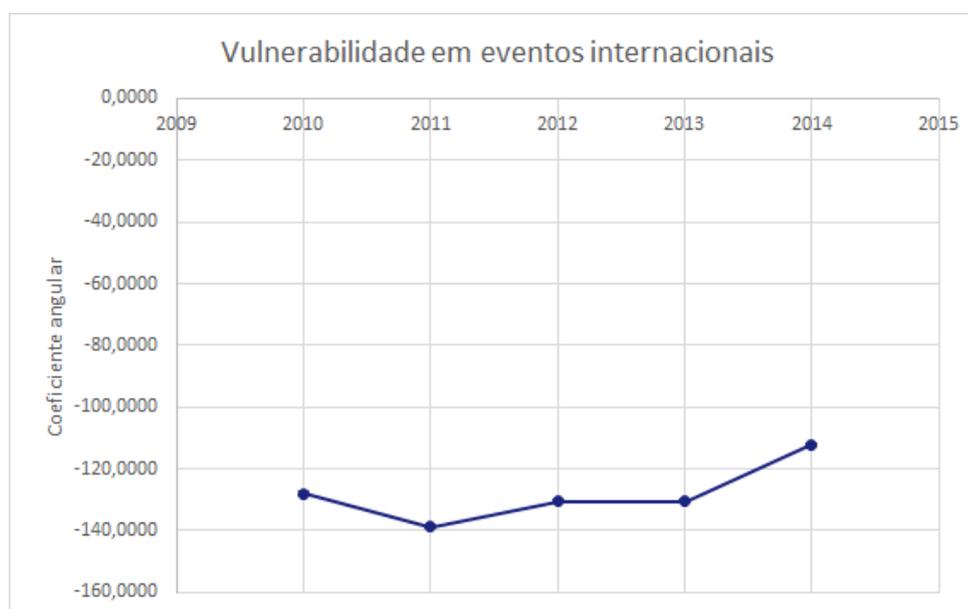


Figura 17 – Vulnerabilidade da rede em eventos internacionais

## 6 Conclusão

O sistema aéreo é um importante componente para a estrutura econômica do país, sendo um meio de transporte de pessoas e produtos. Porém sua vulnerabilidade pode ser crítica, pois a falha de alguns componentes pode ocasionar grandes perdas, e até mesmo, paralisar o funcionamento de parte do sistema. Com o objetivo de realizar uma análise acerca da vulnerabilidade do sistema aeroportuário brasileiro, aplicamos os conceitos de redes complexas e realizamos simulações de falhas no sistema de transporte aéreo.

Neste trabalho, o sistema aeroportuário foi modelado a partir de dados de voos realizados no período de 2000 a 2015 disponibilizados pela ANAC. A modelagem preconiza a criação de uma rede complexa formada por aeroportos e os voos entre eles obtidos dentro de períodos específicos tais como um ano ou mesmo um subconjunto menor de meses, bem como o período de voos no verão. A partir deste modelo apresentamos um método que permitiu a análise da vulnerabilidade de redes distintas com segurança estatística. Este método utilizou de técnicas como a simulação computacional e a regressão linear para propor uma métrica intervalar que compara o impacto das falhas na conectividade das redes.

O método proposto foi empregado de modo a mostrar o comportamento da vulnerabilidade do sistema de transporte aéreo brasileiro em três análises distintas. Na análise das redes ao longo dos anos, os resultados indicam que o sistema, ao longo dos anos, vem se tornando menos vulnerável à falhas aleatórias. Na análise do sistema considerando o período do verão, foi constatado que a vulnerabilidade do sistema neste período não se altera quando comparada ao período referente aos outros meses, ou seja, em períodos de férias a vulnerabilidade da rede se mantém mesmo que hajam mudanças no sistema para comportar maiores fluxos de passageiros. A terceira análise avaliou a vulnerabilidade do sistema aeroportuário frente em período de grandes eventos internacionais acontecidos recentemente no país. Os estudos mostraram que as redes nesses períodos foram menos vulneráveis, especialmente para o evento da Copa de Mundo em 2014, indicando a reorganização da rede para receber esse evento em específico.

Este trabalho, vem apontar a importância do estudo das análises sobre a vulnerabilidade de sistemas de transporte aéreo, pois a partir desses pode-se explorar medidas de reorganização da rede com o intuito de torná-la mais resilientes.

## 6.1 Dificuldades Encontradas

No desenvolvimento deste trabalho foram encontradas algumas dificuldades. A primeira delas foi a falta de um método ou métrica que permitisse uma comparação segura da vulnerabilidade de duas redes complexas. Ao reproduzirmos os estudos existentes verificamos que, de modo geral, tais trabalhos baseiam-se ou em métricas estáticas ou em comparações gráficas que não permitem uma análise segura dos resultados das simulações quando estes se encontram muito próximos. Diante desta dificuldade, surgiu a necessidade da elaboração do método proposto. A segunda foi com relação aos resultados obtidos a partir das simulações sobre a quantidade de passageiros afetados. A variação destes resultados foi inesperada e impossibilitou a análise do impacto das falhas sobre os passageiros.

## 6.2 Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros, podemos incluir:

- Aplicar a análise da vulnerabilidade das redes, utilizando outros parâmetros;
- Utilização de outras bases de dados, como redes de transporte aéreo de cargas;
- Estudar o impacto que a vulnerabilidade causa na rede a partir dos aeroportos mais críticos;
- Estudar a vulnerabilidades de sistemas complexos, aplicando a análise de falhas considerando a distribuição de probabilidade a partir do peso das arestas.

## Referências

- ANAC. 2015. Disponível em: <<http://www.anac.gov.br/Default.aspx>>. Citado na página 35.
- ANAC - Balanço da Aviação Civil. 2007. Disponível em: <[http://www2.anac.gov.br/imprensa/texto\\_MiltonZuanazzi.asp](http://www2.anac.gov.br/imprensa/texto_MiltonZuanazzi.asp)>. Citado na página 13.
- ANAC divulga Anuário do Transporte Aéreo de 2013. 2014. Disponível em: <[http://www.anac.gov.br/Noticia.aspx?ttCD\\_CHAVE=1584](http://www.anac.gov.br/Noticia.aspx?ttCD_CHAVE=1584)>. Citado na página 12.
- BARBIERI, A. L. *Análise de robustez em redes complexas*. phdthesis, 2010. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/76/76132/tde-19042011-091118/en.php>>. Citado 4 vezes nas páginas 16, 17, 22 e 23.
- BARRAT, A. et al. The architecture of complex weighted networks. v. 101, n. 11, p. 3747–3752, 2004. ISSN 0027-8424. Citado na página 20.
- BROOKER, P. Fear in a handful of dust: aviation and the Icelandic volcano. *Significance*, v. 7, n. 3, p. 112–115, 2010. ISSN 1740-9713. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1740-9713.2010.00436.x>>. Citado na página 12.
- CAVALCANTE, G. V. *Ciência das redes: aspectos epistemológicos*. Dissertação, 2011. Disponível em: <<http://repositorio.unb.br/handle/10482/7452>>. Citado na página 16.
- DALL’ASTA, L. et al. Vulnerability of weighted networks. v. 2006, n. 4, p. P04006, 2006. Disponível em: <<http://iopscience.iop.org/1742-5468/2006/04/P04006>>. Citado 5 vezes nas páginas 21, 27, 28, 29 e 30.
- DEMETRIUS, L.; MANKE, T. Robustness and network evolution—an entropic principle. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 346, n. 3–4, p. 682 – 696, 2005. ISSN 0378-4371. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437104009975>>. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 23.
- GOL’DSHTEIN, V.; KOGANOV, G.; SURDUTOVICH, G. Vulnerability and hierarchy of complex networks. 2004. Citado na página 23.
- HOSSAIN, M. et al. Australian airport network robustness analysis: A complex network approach. 2013. Disponível em: <[http://www.researchgate.net/profile/Murad\\_Hossain3/publication/255971280\\_Australian\\_Airport\\_Network\\_Robustness\\_Analysis\\_A\\_Complex\\_Network\\_Approach/links/544c45220cf2d6347f43a514.pdf](http://www.researchgate.net/profile/Murad_Hossain3/publication/255971280_Australian_Airport_Network_Robustness_Analysis_A_Complex_Network_Approach/links/544c45220cf2d6347f43a514.pdf)>. Citado 6 vezes nas páginas 14, 20, 27, 28, 29 e 30.
- IATA Economic Briefing The Impact of Hurricane Sandy. 2012. Disponível em: <<http://www.iata.org/Pages/default.aspx>>. Citado na página 13.
- JAIN, R. et al. The art of computer systems performance analysis: Techniques. John Wiley & Sons, 2010. Citado na página 32.

- LATORA, V.; MARCHIORI, M. Efficient behavior of small-world networks. v. 87, n. 19, p. 198701, 2001. Disponível em: <<http://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.87.198701>>. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 23.
- LEWIS, T. G. *Network Science Theory And Application*. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2009. ISBN 978-0-470-33188-0. Citado 3 vezes nas páginas 14, 16 e 17.
- LORDAN, O.; SALLAN, J. M.; SIMO, P. Study of the topology and robustness of airline route networks from the complex network approach: a survey and research agenda. v. 37, p. 112–120, 2014. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0966692314000763>>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 30.
- LORDAN, O. et al. Robustness of the air transport network. v. 68, p. 155–163, 2014. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1366554514000805>>. Citado 5 vezes nas páginas 12, 13, 14, 27 e 30.
- MAZZOCCHI, M.; HANSSTEIN, F.; RAGONA, M. The 2010 Volcanic Ash Cloud and Its Financial Impact on the European Airline Industry. *CESifo Forum*, v. 11, n. 2, p. 92–100, 07 2010. Disponível em: <<https://ideas.repec.org/a/ces/ifofo/v11y2010i2p92-100.html>>. Citado na página 12.
- MORAES, T. M.; GONCALVES, G. E. Estudo da vulnerabilidade do sistema de transporte aéreo nacional com base no arcabouço da ciência das redes. In: *XIII Jornada de Ensino, Pesquisa e Extensão da UFRPE*. [s.n.], 2013. Disponível em: <<http://www.eventosufrpe.com.br/2013/cd/listaresumos.htm>>. Citado 3 vezes nas páginas 28, 30 e 31.
- PEREIRA, R. R. D.; GONZALES-TACO, P. W.; GONCALVES, G. E. Análise de vulnerabilidade da rede de transporte aéreo: Aplicação na malha aérea brasileira. In: *XXIX Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes - XXIX ANPET*. Minas Gerais: [s.n.], 2015. Citado na página 28.
- REGGIANI, A.; NIJKAMP, P.; CENTO, A. Connectivity and concentration in airline networks: a complexity analysis of lufthansa's network. v. 19, n. 4, p. 449–461, 2010. Disponível em: <<http://www.palgrave-journals.com/ejis/journal/v19/n4/abs/ejis201011a.html>>. Citado na página 17.
- ROCHA, L. E. C. d. Structural evolution of the Brazilian airport network. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, v. 2009, n. 04, p. P04020, 2009. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/1742-5468/2009/i=04/a=P04020>>. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 41.
- RODRIGUES, F. A. *Caracterização, Classificação e Análise de Redes Complexas*. Doutorado, 2007. Citado 4 vezes nas páginas 7, 14, 16 e 17.
- ROSSANO, A.; MANO, J. P.; ANTENEODO, C. VULNERABILIDADE DE REDES COMPLEXAS. In: . [S.l.: s.n.], 2010. p. 15. Citado 6 vezes nas páginas 21, 23, 28, 29, 30 e 41.
- VEJA. 2014. Disponível em: <<http://veja.abril.com.br/noticia/economia/movimento-em-aeroportos-cresceu-13-durante-a-copa-do-mundo/>>. Citado na página 12.

WANG, Z. et al. Recent advances in modeling the vulnerability of transportation networks. v. 21, n. 2, p. 06014002, 2015. ISSN 1076-0342, 1943-555X. Disponível em: <<http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29IS.1943-555X.0000232>>. Citado na página 27.

WATTS, D. J.; STROGATZ, S. H. Collective dynamics of ‘small-world’ networks. *nature*, Nature Publishing Group, v. 393, n. 6684, p. 440–442, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 18.

ZANIN, F. L. M. Modelling the air transport with complex networks: A short review. *The European Physical Journal Special Topics*, v. 215, n. 1, p. 5–21, 2013. ISSN 1951-6355. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1140/epjst/e2013-01711-9>>. Citado na página 22.