UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO – UFRPE
Matemática Discreta – Bacharelado em Sistemas de Informação
Teste – valor 3 pontos

Nome:____**Nota:**___________

1. Uma pesquisa entre 150 alunos da UFRPE revelam que 83 têm carros, 97 têm bicicletas e 28 têm motos, 53 têm um carro e uma bicicleta, 14 têm um carro e uma moto, 7 têm uma bicicleta e uma moto e 2 têm todos os três.

a) Quantos estudantes têm apenas uma bicicleta?
b) Quantos estudantes não têm nenhum dos três?

a) $|A-B-C| = |A| - |A\cap B| - |A\cap C| + |A\cap B\cap C|$ =97-53-7+2=39

b) $|U| - |A\cup B\cup C|$ =150-136=14

$|A\cup B\cup C| = |A + |B| + |C| - |A\cap B| - |A\cap C| - |B\cap C| + |A\cap B\cap C|$

= 83+97+28-53-14-7+2=136

2. Sejam A e B conjuntos quaisquer. Prove que: se $B\subseteq A^C$ então $A\cap B=\phi$ **(sugestão: use redução ao absurdo)**

Seja $B\subseteq A^C$. Suponha por contradição que $A\cap B\neq\phi$. Logo, existe x, tal que $x\in A$ e $x\in B$. Como $x\in B$ e $B\subseteq A^C$, tem-se que $x\in A^C$. Absurdo!!!($x\in A$ e $x\in A^C$)

Portanto, se $B\subseteq A^C$ então $A\cap B=\phi$.

b) $$\left[A\cup\left(\overline{A}\cap B\right)\right]\cup\overline{\left[\left(\overline{\overline{A}\cap\overline{\overline{B}}}\right)\cap\overline{A}\right]}=A\cup B$$

$$\left[A\cup\left(\overline{A}\cap B\right)\right]\cup\overline{\left[\left(\overline{\overline{A}\cap\overline{\overline{B}}}\right)\cap\overline{A}\right]}\Rightarrow \text{de Morgan}$$

$$\left[A\cup(\overline{A}\cap B)\right]\cup\left[\left(\overline{A}\cap B\right)\cup A\right]\Rightarrow \text{distributiva}$$

$$\left[\left(A\cup\overline{A}\right)\cap(A\cup B)\right]\cup\left[\left(\overline{A}\cup A\right)\cap(B\cup A)\right]\Rightarrow \text{comutativa}$$

$$\left[\left(A\cup\overline{A}\right)\cap(A\cup B)\right]\cup\left[\left(A\cup\overline{A}\right)\cap(A\cup B)\right]\Rightarrow$$

$$[U\cap(A\cup B)]\cup[U\cap(A\cup B)]\Rightarrow \text{Universo como identidade para interseção}$$

$$[(A\cup B)\cap(A\cup B)]=(A\cup B)$$

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO – UFRPE
Matemática Discreta – Bacharelado em Sistemas de Informação
Teste – valor 3 pontos

c) Sejam A={x | x $\in$ Z, x é divisível por 15}, B={x | x $\in$ Z, x é divisível por 3 }. Prove ou refute que A C B.

Seja $x \in A$. Logo x=15k1, $k1 \in Z$. Reescrevendo, tem-se x= 3.5.k1. Como 5 e k1 são inteiros, o produto 5k1 também é inteiro. Fazendo k=5k1, tem-se que x= 3k, $k \in Z$. Logo x é múltiplo de 3. Portanto, $x \in B$. Ainda, existe x=3, tal que $x \in B$ e $x \notin A$. Portanto $A \subset B$.