UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO – UFRPE
Matemática Discreta – Bacharelado em Sistemas de Informação
Teste – valor 3 pontos

Nome:____Nota_____

1. Escreva as proposição a seguir em notação simbólica usando letras de proposições para denotar suas componentes. Apresente a negação destas sentenças (em notação simbólica).

a) A economia permanecerá forte se e somente se MJ ganhar as eleições ou os impostos forem reduzidos.

Termos: A B C

Notação Simbólica: $A \Leftrightarrow B$ **Negação:** $[A \wedge \neg(B \vee C)] \vee [(B \vee C) \wedge \neg C]$

b) Chover canivete ou estudar muito é uma condição suficiente para ser aprovado em Matemática discreta e ter notas boas.

Termos: A B C D

Notação Simbólica: $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D)$ **Negação:** $(A \vee B) \wedge \neg(C \wedge D)$

2. Prove ou refute:

a) Sejam a, b, c, y números inteiros. Se a|b e a|c então a | (by+cy)

Sejam a,b,c,y números inteiros. Se a|b e a|c, por definição, existem inteiros k1 e k2 tais que b=ak1 e c=ak2. Adicionando tem-se b+c=ak1+ak2. Multiplicando por y ambos os lados da igualdade by+cy=ak1y+ak2y=a(k1y+k2y). Como k1, k2 e y são inteiros o número (k1y+k2y) também é inteiro. Portanto, existe um número inteiro k=(k1y+k2y), tal que by+ay=ak. Portanto, a|by+cy

b) Se a|bc então a|b ou a|c.

Falso. Tome a=21, b=7 e c=3; 21|21 mas 21 não divide 7 e nem divide 3.

c) $(x \rightarrow (x \wedge y)) \leftrightarrow (y \vee x)$ é uma tautologia

Falso, pois existem instâncias Falsas na tabela verdade.

x	y	$x \wedge y$	$x \rightarrow (x \wedge y)$	$x \vee y$	$(x \rightarrow (x \wedge y)) \leftrightarrow (y \vee x)$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	F	V	V	V
F	F	F	V	F	F

d) $\forall x \in N, \exists y \in N \mid x \geq y$

Verdade. Tome y=0.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO – UFRPE
Matemática Discreta – Bacharelado em Sistemas de Informação
Teste – valor 3 pontos

2. Considere a sentença: “O produto de um número inteiro par por um número inteiro ímpar é par”
   a) Escreva a sentença na forma “ se .. então”

   Se x é par e y é impar então x.y é par

   b) Apresente uma prova direta.

   Sejam x par e y ímpar. Pela definição tem-se que x=2k1, k1∈ Z e y= 2k2+1, k2∈ Z. Multiplicando x.y=2k1.(2k2+1)=4k1k2+2k1=2(2k1k2+k1). Como k1 e k2 são inteiros o número (2k1k2+k1) também é inteiro. Fazendo k=(2k1k2+k1) tem-se que x.y=2k, k∈ Z. Portanto, x.y é par.

   c) Apresente uma prova por redução ao absurdo.

   Sejam x par e y ímpar. Suponha por contradição que x.y é impar. Pela definição tem-se que x=2k1, k1∈ Z e y= 2k2+1, k2∈ Z. e x.y = 2k3+1, k3∈ Z. Substituindo x e y na última igualdade tem-se que:
   (2k1)(2k2+1)=2k3+1 ⇒ 2(2k1k2+k1)=2k3+1 ⇒ 2(2k1k2+k1-k3)=1 ⇒ (2k1k2+k1-k3)=1/2
   Absurdo, pois o número (2k1k2+k1-k3) é inteiro, já que k1, k2 e k3 são números inteiros.

   d) Escreva a sentença contrapositiva. Qual é a estratégia usada neste tipo de prova? Porque esta estratégia é válida?

Sentença Contrapositiva: Se x.y é ímpar então x é ímpar **OU** y é par

Estratégia usada: supor que a negação da tese é verdadeira e concluir que a negação da hipótese é verdadeira.

Validade: Esta estratégia é válida pois $p \to q$ e $\neg q \to \neg p$ são sentenças equivalentes.