

TESTE 4: Indução, Recursão e Análise Combinatória  
Data: 18.11.2015

Nome: \_\_\_\_\_ Nota: \_\_\_\_\_

1. (3,0 pontos) Relação de Recorrência e indução finita

a) Maria se casou-se e teve dois filhos. Vamos chamar estes filhos de geração 1. Cada um destes filhos tiveram três filhos; então a geração 2 contém 6 descendentes. E cada um destes descendentes tiveram quatro filhos, e depois cada um dos descendentes tiveram cinco filhos e assim sucessivamente. Escreva a relação de recorrência para a n-ésima geração. Quantos descendentes terão na geração 5?

b) Prove por indução que  $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ , para todo n inteiro positivo.

c) Prove por indução que  $3^n - 2$  é ímpar para todo n inteiro positivo.

2. (2 pontos) Análise Combinatória e Binômio de Newton:

a) Calcule  $(-x/2 + 2y)^7$ . Para o cálculo dos coeficientes utilize o triângulo de pascal

b) Numa cidade os telefones possuem 7 dígitos, sendo os 3 primeiros, o prefixo 481. De todos os telefones, aqueles que têm os demais dígitos iguais são reservados para os hospitais. Aqueles que são terminados em 10 estão reservados para as escolas e os terminados em 100 são reservados para a prefeitura e alguns órgãos municipais. Quantos telefones são reservados para a população?

c) Determine a quantidade de números de 5 algarismos distintos maiores que 45300 que podem ser formados com os algarismos 2,4,5,7,8,9?

