**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO – UFRPE**
**Matemática Discreta –Bacharelado em Sistemas de Informação**
**1ª Lista de Exercícios**

---

Nome ________________________________________________ Nota __________

As definições a seguir podem ser úteis na resolução de alguns exercícios.

- Um *quadrado perfeito* é um inteiro *n* da forma $n=k^2$ para algum inteiro *k*.
- Um *número primo* é um inteiro *n*> 1 que não é divisível por nenhum inteiro positivo diferente de 1 e de n.
- Dizemos que um número *a divide b* e denota-se $a|b$se se existe algum número inteiro *k* tal que $b=ak$.
- Dizemos que um número *x é divisível por y* se existe algum número inteiro *k* tal que $x=yk$.
- Produtos notáveis: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

## 1) Lógica Proposicional

a) Marque as frases que forem proposições:
   - Não fume!
   - Quatro é maior que cinco
   - Ela é, certamente uma mulher inteligente**.**
   - X-2=3 (No conjunto dos inteiros)

b) Escreva cada uma das proposições compostas a seguir em notação simbólica usando letras de proposições para denotar suas componentes:
   - Se Jane vencer ou perder, vai ficar cansada.
   - Ou Jane irá perder ou, se vencer, ela ficará cansada.
   - Tanto ir passear como ir dormir é uma condição suficiente para a troca de roupa, no entanto, mudar a roupa não significa que se vai dormir.

c) Numa fábrica temos três funcionários que afirmam o seguinte:
   Adalberto: “Se Cleber não foi ao trabalho, então José também não foi.”
   Cleber: “ Adalberto não foi ao trabalho mas José foi.”
   José: “Eu fui ao trabalho, mas Cleber ou Adalberto não foram.”Sejam as seguintes afirmações:
   p: Adalberto foi ao trabalho.
   q: Cleber foi ao trabalho.
   r: José foi ao trabalho.

   Responda as questões seguintes usando tabela-verdade:
   - Se todos foram trabalhar, quem mentiu?
   - Se todos disseram a verdade, quem não foi ao trabalho?
     (Dica o ideal é estabelecer uma fórmula lógica dos argumentos de cada um e depois uma tabela-verdade dos mesmos)

d) Classifique as sentenças lógicas abaixo, como tautologia, contradição ou sentença satisfatória (também conhecido como contingência):
   - $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \vee Q)$

- ~(p v q) ^ (p ^ q)
- ( P ^ ( Q v ¬ Q ) ) → ( ( P ^ Q ) v ( P ^ ¬ Q ) )
- [P and ( if p then q)] or [if p then NOT Q ]

**2) Quantificador** Escreva as sentenças seguintes usando a notação de quantificador (isto é, use os símbolos ∃ e/ou ∀). Apresente a negação de cada sentença. *Obs: Não se preocupe com a veracidade das sentenças.*

a) Todos os inteiros são divisíveis por 1.
b) Há um inteiro que quando dividido por 3 sempre é igual a 9.
c) Todo inteiro é par.
d) Existe um inteiro cujo cubo é 81.
e) Para todo inteiro existe outro inteiro, que quando são multiplicados o resultado é sempre igual à zero.

**3)Quantificador**Assinale as questões abaixo como verdadeiras ou falsas. Considere e y números inteiros.**Justifique suas respostas**.

a) $\exists x (\exists y (y + 1 < x))$.
b) $\forall x (\forall y (x > y))$.
c) $\forall x, x^2 \geq 0$.
d) $\exists x, \exists y, x^2=y$.
e) $(\forall x)(\exists y)(x +y =x)$.
f) $\forall x, \forall y$ x é par se $x=2y$.

**4) Métodos de Prova**. Prove que:

a) Se a soma de dois inteiros é par, então a diferença entre esses dois números também é par.
b) Se n é um inteiro ímpar, então $n^2$ é ímpar.
c) Se a e b são ambos quadrados perfeitos então a.b também é.
d) Se $x^2 - x - 2 = 0$ então $x \neq 0$.
e) Seja n um número inteiro. Se 3n+2 é impar então n é ímpar. (Prova por contraposição)
f) Se $z = xy$, onde x e y são inteiros positivos, então$x \leq \sqrt{z}$ ou $y \leq \sqrt{z}$.(Prova por contraposição)
g) O inteiro n é par se somente se $n^2$ é par.
h) Sejam a, b e c e d inteiros se $a|b$ e $c|d$ então $ac|bd$.
i) Prove que um inteiro é ímpar se e somente se é a soma de dois inteiros consecutivos.
j) O cubo de um número inteiro par é divisível por oito.
k) Prove que a soma do cubo de três números naturais consecutivos é divisível por 3.
l) Se dois inteiros são divisíveis por algum inteiro n, então sua soma é divisível por n.
m) O produto de dois inteiros consecutivos quaisquer é par.
n) O quadrado de algum inteiro ímpar é igual a $8k + 1$ para algum inteiro k.

**5) Contra-Exemplo.**

a) Considere a e b números inteiros. Se $a^2 = b^2$ então a=b.
b) Se a e b são inteiros não negativos com $a | b$, então $a \leq b$.

c) Todo inteiro positivo é a soma dos quadrados de dois inteiros.
d) Se a, b e c são inteiros positivos então $a^{(b^c)} = (a^b)^c$.
e) Sejam a, b e c inteiros. Se a|bc então a|b ou a|c.