Nome ____ Nota _________

ANÁLISE COMBINATÓRIA

1) De quantas maneiras diferentes 11 homens e 8 mulheres podem se sentar em uma fila se os homens sentam juntos e as mulheres também?
2) O controle de qualidade quer verificar 25 processadores dos 300 produzidos por dia. De quantas maneiras isso pode ser feito?
3) De quantas maneiras pode-se selecionar um júri de 12 pessoas em um conjunto de 17 homens e 23 mulheres considerando que o júri tenha
   a) 5 homens e 7 mulheres.
   b) Pelo menos 1 homem.
   c) No mínimo 1 mulher.
4) Quantos números pares de 3 algarismos distintos podemos formar com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9? Lembre-se de retirar os números que possuem zero como 1º algarismo.
5) De quantas maneiras podemos escolher uma comissão de três elementos num conjunto de 10 pessoas?
6) Considere os números inteiros maiores que 64000 que possuem 5 algarismos, todos distintos, e que não contem os dígitos 3 e 8. Qual será a quantidade desses números?
7) Considere cinco pontos, três a três não colineares. Usando esses pontos como vértices de um triângulo. Qual a quantidade de triângulos distintos que se pode formar?
8) Quantos são os anagramas da palavra ALUNO?
   a) Sem restrições.
   b) que as consoantes devem estar juntas.
   c) que as letras LU permanecem juntas e nessa ordem.
   d) que começam com vogal e terminam com consoante.
9) Determine o número de anagramas da palavra MATHEMATICS.
   a) Sem restrições.
   b) que terminam com as letras T,C,S juntas e nesta ordem.
   c) que terminam com as letras T,C,S juntas e em qualquer ordem.
10) De quantos maneiras 8 crianças podem brincar de roda? E se na próxima rodada da brincadeira João e Maria tiverem que ficar juntos, de quantas maneiras isso ocorrerá com as mesmas 8 crianças?
11) Dê quantas maneiras podemos formar 10 times com 10 jogadores em um conjunto de 100 jogadores?
12) Com os algarismos 3, 4, 5, 6 e 7 podem ser formados
   a) quantos números de 5 algarismos distintos?
   b) quantos números ímpares de 5 algarismos distintos?
   c) Quantos números pares de 5 algarismos distintos?
   d) Quantos números de algarismos distintos maiores que 40.000
13) Desenvolver os seguintes binômios:

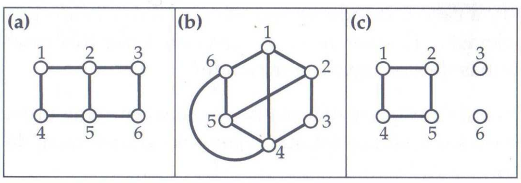
   a. $(x + 1)^4$ b. $(x - \sqrt{2})^6$ c. $(x^2 + \frac{y}{2})^4$ d. $(2x - y)^5$

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO – UFRPE

Matemática Discreta – Bacharelado em Sistemas de Informação
5ª Lista de Exercícios

GRAFOS

1. As figuras a seguir representam grafos. Escreva cada um deles como um par de conjuntos *(V, E).*



2. Se três países em um mapa se delimitam uns com os outros, então o mapa certamente exige ao menos três cores. (Por exemplo, consideremos o Brasil, a Venezuela e a Colômbia, ou a França, a Alemanha e a Bélgica.)
Elabore um mapa em que não haja três países que se delimitem uns com os outros e que, no entanto, exija no mínimo três cores.

3. Quantas arestas há em K_n, um grafo completo em *n* vértices?

4. Sejam G e H grafos. Dizemos que G é *isomorfo a H se e* somente se existe uma bijeção $f : V(G) \longrightarrow V(H)$ tal que, para todo $a, b \in V(G)$ tenhamos $a \sim b$ (em G) se e somente *se* $f(a) \sim f(b)$ (em H). A função *f é* chamada um *isomorfismo* de G para H. Podemos imaginar *f* como uma re-designação dos vértices de G com os nomes dos vértices em *H*, mas de tal maneira que a adjacência seja preservada. De modo menos formal, os grafos isomorfos têm a mesma figura (exceto quanto aos nomes dos vértices). Faça o seguinte:

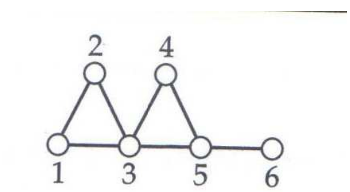
a) Prove que grafos isomorfos têm o mesmo número de vértices.

b) Prove que se $f : V(G) \longrightarrow V(H)$ *é* um isomorfismo de grafos G e H e se $v \in V(G)$, então o grau de *v* em G é igual ao grau de $f(v)$ em *H.*

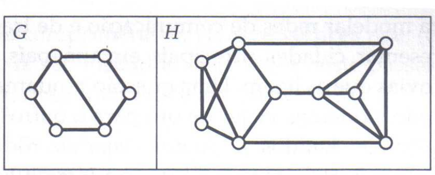
d) Dê um exemplo de dois grafos com o mesmo número de vértices e o mesmo número de arestas, que não sejam isomorfos.

5. Seja G o grafo da figura. Trace ilustrações dos seguintes subgrafos:

a) G - l. d) G-{1,2}
b) G - 3. e) G-{4,5}
c) G – 6 f) G-{3,4,5}

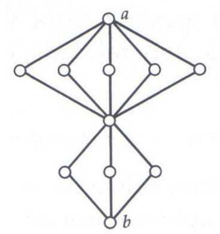


6. *Sejam* G e H os dois grafos da figura a seguir. Calcule α (G), ω (G), α (H) e ω (H).



7. Ache um grafo G com $\alpha(G) = \omega(G) = 5$.

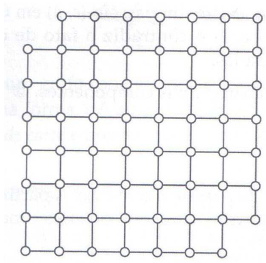
8. Seja G o grafo da figura a seguir.
a) Quantos caminhos diferentes há de *a* a *b*
b) Quantos passeios diferentes há de *a* a *b*



9. A concatenação é uma operação comutativa?

10. Prove que K_n *é* conexo.

11. Seja G um grafo. Um caminho *P* em G que contenha todos os vértices de G é chamado *caminho hamiltoniano.* Prove que o grafo a seguir não tem qualquer caminho hamiltoniano.



12. Considere a relação *é-ligado-a* nos vértices de um grafo. Mostre que *é-ligado-a* não precisa ser não-reflexiva nem anti-simétrica.

13. Dado G(V, E) um grafo. Verifique todas as propriedades da relação "é-ligado-a" em V.

14. Considere os pares de grafos dados em cada uma das figuras a seguir. Prove ou refute que são grafos isomorfos.

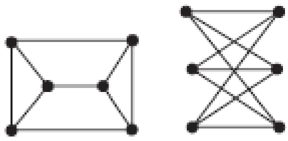


Figura 1.11:

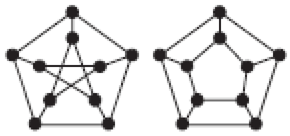


Figura 1.12:

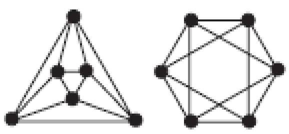


Figura 1.9:

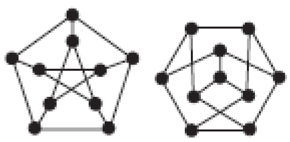


Figura 1.10:

15) Qual o grafo complementar do grafo desconexo formado por duas componentes conexas isomorfas a K_3 e K_5?

16) Desenhe uma representação do grafo cuja matriz de adjacência é:

$$\begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{matrix}$$

Apresente também sua representação usando lista encadeada.