

**Matemática Discreta – Bacharelado em Sistemas de Informação**
4ª Lista de Exercícios – parte 2

Nome _____ Nota _____

Teoria dos Números

- 1) Determine os inteiros q e r tais que $a = b \cdot q + r$ e $0 \leq r < b$, sendo:
a) $a = 200, b = 6$ b) $a = -200, b = 6$ c) $a = 44, b = 2$
d) $a = -44, b = 2$ e) $a = 0, b = 2$
- 2) Calcule o máximo divisor comum:
a) $\text{mdc}(45, -45)$ b) $\text{mdc}(-89, -98)$
c) $\text{mdc}(324 \text{ e } 252)$ d) $\text{mdc}(1739, 29341)$
- 3) Para cada item do exercício anterior, calcule x e y tais que $ax + by = \text{mdc}(a, b)$.
- 4) Suponha que queiramos calcular o mdc de dois números de 10000 algarismos cada, em um computador que pode efetuar um bilhão de divisões por segundos. Qual é o tempo aproximado para calcular o mdc pelo método das divisões?
- 5) Suponhamos a, n números inteiros com $n > 0$. Suponhamos também que $ab \equiv 1 \pmod{n}$. Prove que a e b são relativamente primos com n .
- 6) Sejam a e b relativamente primos, e que $a|b$ e $b|c$. Prove que $ab|c$.
- 7) Prove que inteiros consecutivos devem ser relativamente primos.
- 8) Considere dois recipientes para medição. Uma tem capacidade de 6 ml e a outra tem capacidade de 11 ml. Se a pessoa quiser medir 5 ml, deve encher o recipiente de 11 e usá-lo para encher o de 6, ficando com 5ml no recipiente maior
a) mostre como usar esses recipientes para medir exatamente 1 ml
b) Generalize esse problema supondo que os recipientes tenham medidas a e b ml, sendo a e b inteiros positivos. Estabeleça condições necessárias para a e b de forma que seja possível medir exatamente 1 ml.
- 9) Em Z_{10} , calcule (as operações são modulares):
a) $7 \oplus 3$ b) $12 \oplus 4$ c) $3 \otimes 3$ d) $7 \otimes 3$
e) $8 \oslash 7$ f) $5 \oslash 9$ g) $7 \ominus 7$ h) $5 \ominus 8$
- 10) Resolva as equações em relação a X no Z_n indicado:
a) $5 \otimes X = 48$ em Z_{112} b) $24 \otimes X \ominus 9 = 73$ em Z_{17}
c) $2 \otimes x = 4$ em Z_{10} d) $X \otimes X = 14$ em Z_{15}
e) $X \otimes X = 11$ em Z_{13} f) $X \otimes X - 1 = 0$ em Z_{11}