

Tópicos em Otimização:

Profa. Silvana Bocanegra
UFRPE - DEINFO

Tipos de Problemas tratados via otimização

1. Dada uma variedade de alimentos, escolher uma dieta de menor custo que atenda as necessidades nutricionais de um indivíduo?
2. Determinar o planejamento de rotas que maximiza o lucro de uma companhia aérea dado uma frota particular de aviões, um certo nível de recursos humanos, e as demandas esperados sobre as várias rotas?
3. Determinar locais para implantação de fábricas e armazéns de uma dada empresa, de modo que os custos de transporte de matérias-primas e produtos sejam minimizados?
4. Determinar o planejamento de produção de uma refinaria de petróleo que maximizar a taxa de produção e atende os padrões de qualidade?
5. Qual melhor plano de tratamento para um paciente com câncer, tendo em conta as características do tumor e sua proximidade com órgãos vitais?
6. Selecionar portfólios para investimento na bolsa de valores
7. Determinar alocação de salas e docentes para disciplinas
- 8

Problemas de Otimização

- Minimizar (ou maximizar) uma função objetivo restrita a um conjunto de equações (ou inequações)

$$\max (\min) \quad f(x)$$

s. a.

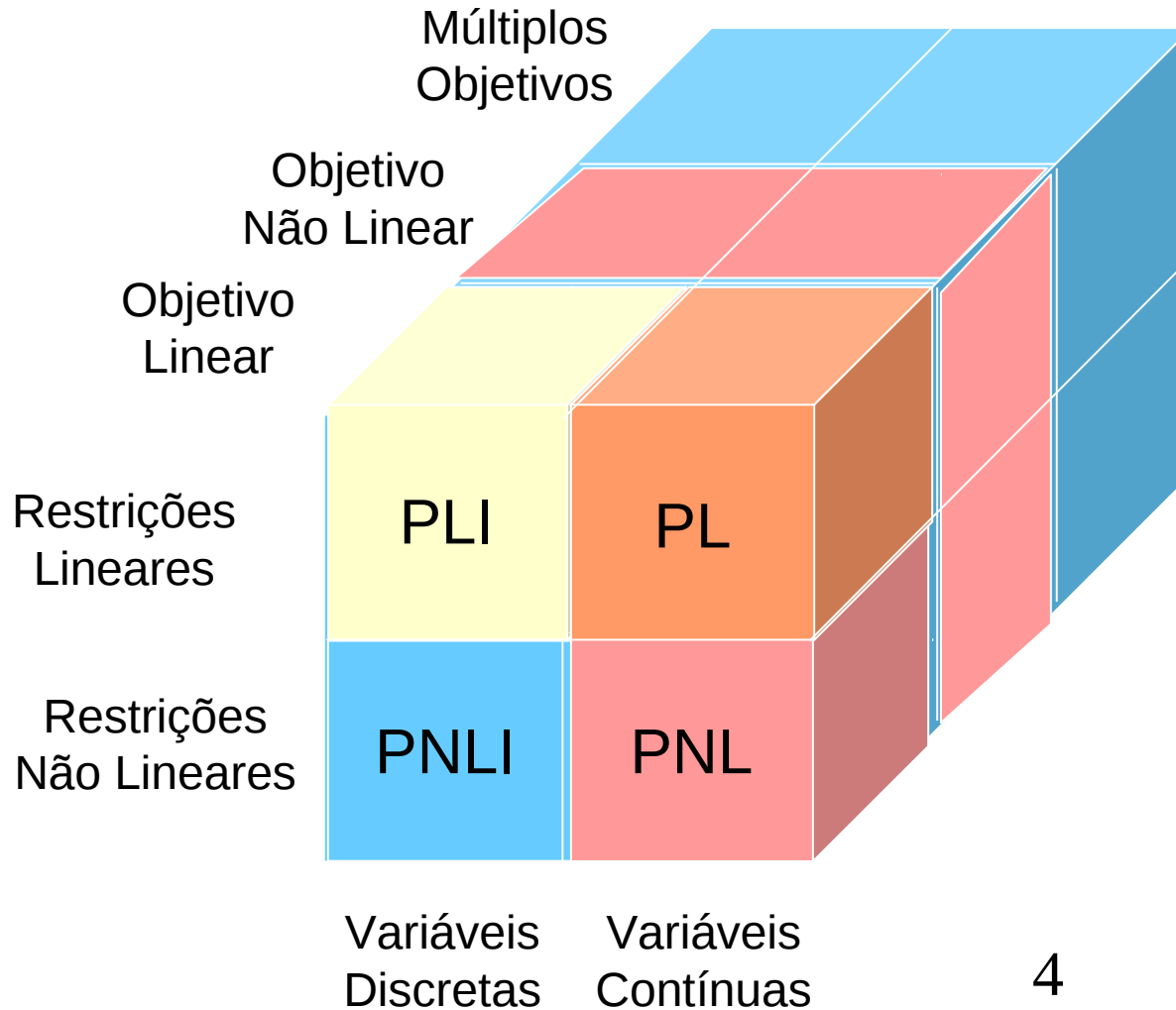
$$g(x) = b$$

$$h(x) \leq r$$

$$v(x) \geq d$$

$$x \in \mathbb{R}^n \quad g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m \quad h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k \quad v: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^l$$

Problemas Determinísticos

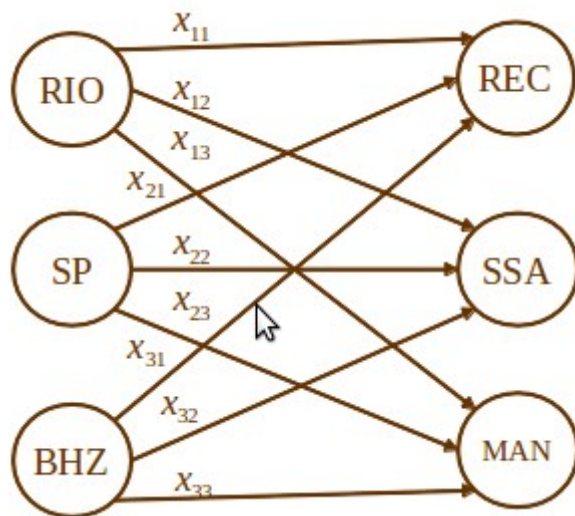


Um exemplo ilustrativo:

- Determine quanto deve ser produzido e entregue por cada fábrica em cada centro consumidor de forma a minimizar os custos de transporte.

Fábrica	Centro Consumidor			Capacidade
	Recife	Salvador	Manaus	
Rio	25	20	30	2000
São Paulo	30	25	25	1500
B.Horizonte	20	15	23	1500
Demanda	2000	2000	1000	

Um exemplo ilustrativo:



$$\text{Min } 25x_{11} + 20x_{12} + 30x_{13} + 30x_{21} + 25x_{22} + 25x_{23} \\ + 20x_{31} + 15x_{32} + 23x_{33}$$

s.t.

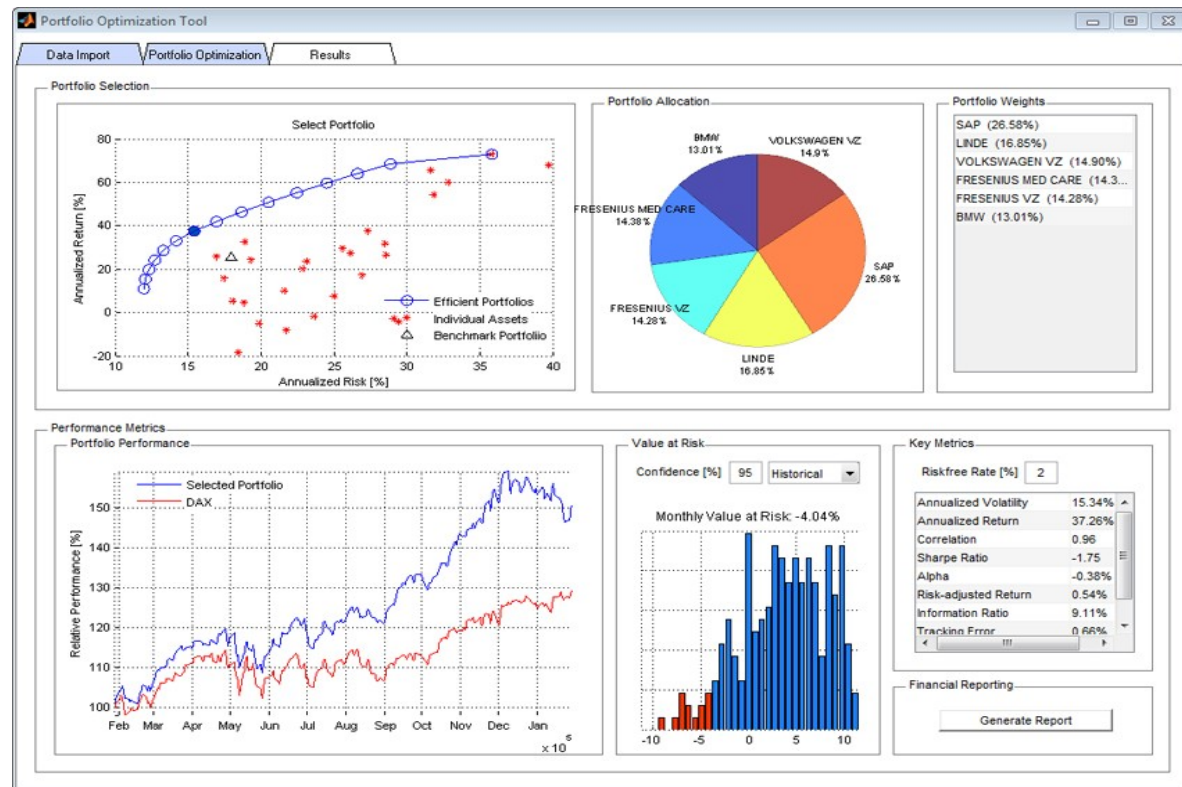
$$\begin{array}{l|l} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 2000 & x_{11} + x_{21} + x_{31} = 2000 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 1500 & x_{12} + x_{22} + x_{32} = 2000 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} = 1500 & x_{13} + x_{23} + x_{33} = 1000 \end{array}$$

$$x_{ij} \geq 0$$

Aplicações

- Finanças: Seleção de Portfólios

$$\begin{aligned} \min_x \quad & \frac{1}{2}x^T Qx \\ & \mu^T x \geq R \\ & Ax = b \\ & Cx \geq d. \end{aligned}$$



Aplicações

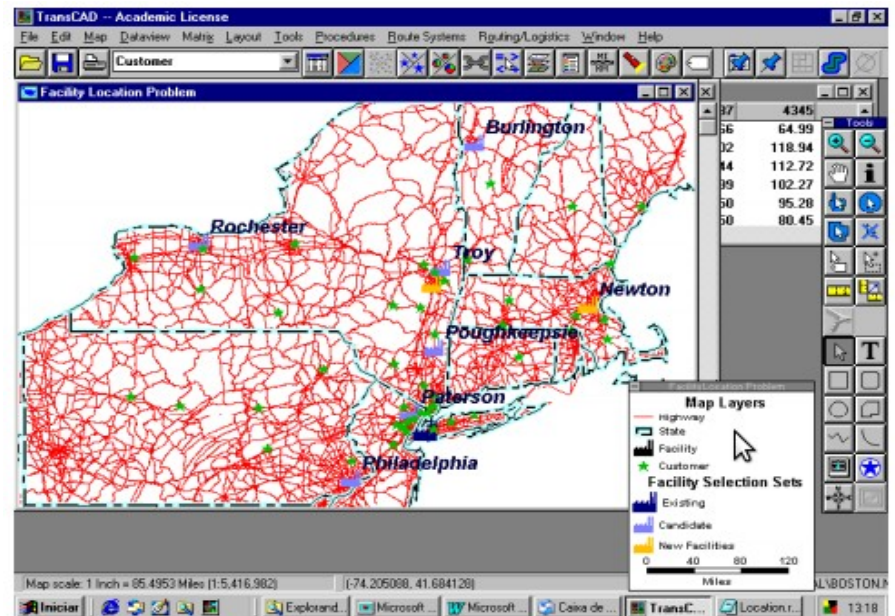
- Alocação de centros de distribuição

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n c_{ijkl} x_{ik} x_{jl} + \sum_{i,j=1}^n b_{ij} x_{ij}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$



Objetivos

Modelar problemas reais usando programação matemática.

planejamento e programação da produção

Logística

alocação de recursos

...

Estudar métodos para solucionar tais problemas

Programação Linear: Solução gráfica; Método Simplex; Pontos Interiores

Programação Inteira: Branch and bound; heurísticas

Programação não linear: métodos dos gradientes, método de Newton

- **Apresentar ferramentas para modelagem e solução de problemas de otimização de propósito geral**
 - LINGO
 - AIMMS

Ao final da disciplina o estudante deverá ser capaz de formular e solucionar problemas práticos, condizentes com o nível introdutório da disciplina, utilizando as técnicas desenvolvidas. Além disso o estudante deverá ser capaz de ler e compreender modelos mais complexos e saber utilizar pacotes de otimização para resolvê-los.

Dinâmica do Curso

- **Aulas expositivas**
 - fundamentos
 - exemplos e exercícios
 - Ferramentas computacionais
- **Exercícios para casa e Leitura de artigos**
- **Desenvolvimento e apresentação de projetos**
 - definição e formulação do problema
 - modelagem e implementação
 - geração e análise de resultados
 - apresentação oral e artigo

Ementa

Introdução

Modelagem Matemática

Fundamentos de Álgebra Linear

Modelos e Métodos de Otimização Linear

Modelos e Métodos de Otimização Discreta

Modelos e Métodos de Otimização não linear

Avaliação

Notas:

- **Provas 40%**
- **Trabalhos 10%**
- **Projeto Final 50%**

OBS: serão obedecidos os seguintes critérios para avaliação do Projeto Final:

- definição e formulação do problema (20%)
- modelagem e implementação (30%)
- geração e análise de resultados (10%)
- apresentação oral (20 %)
- Confecção do artigo (20%)

Bibliografia

R. Rardin, *Optimization in Operations Research* Prentice-Hall, 1998.

Nocedal, J., Wright, S Numerical Optimization (Springer Series in Operations Research and Financial Engineering). 2006.

M.Arenales, V. A. Armentano,R. Morabito. *Pesquisa Operacional: Modelagem e Algoritmos*, Ed. Campus, 2006

M. Ferris, O. Mangasarian, S. Wright. *Linear Programming with MATLAB*. SIAM Séries on Optimization. 2007

Vanderbei, R. *Linear Programming: Foundations and Extensions*. 1996 Series: International Series in Operations Research & Management Science,

W. Winston, *Operations Research: Applications and Algorithms*, 4th ed. Thomson/Duxbury, 2004.

G. Lachtermacher, *Pesquisa Operacional na tomada de decisões*, Editora Campus, 3^a edição, 2007.

Goldbarg, M. C.; Luna, H. P. *Programação Linear e Otimização Combinatória*. Editora Campus. 2005

Periódicos

- Operations Research
- Management Science
- European Journal of Operational Research
- Journal of the Operational Research Society
- Mathematical Programming
- Networks
- Naval Research Logistics
- Computers and Operations Research
- International Transactions in Operational Research
- Interfaces
- Decision Support systems
- IEEE Transactions on Systems, Man, Cybernetics
- Transportation Science
- Transportation Research
- etc.....

Suporte Computacional

Programação linear

LPL : <http://www.virtual-optima.com/>

Matlab Optimization Toolbox:

<http://www.mathworks.es/es/products/optimization/>

Simplex Tool:

<http://www-fp.mcs.anl.gov/otc/Guide/CaseStudies/simplex/applet/SimplexTool.html>

Lindo: <http://www.lindo.com/>

AIMMS: <http://www.aimms.com/>

GLPK: <http://www.gnu.org/software/glpk/glpk.html>

Excel Solver