

---

# Estatística Exploratória

---

Prof. Paulo Renato A. Firmino

[paulo.firmino@deinfo.ufrpe.br](mailto:paulo.firmino@deinfo.ufrpe.br)

---

# Teste de hipóteses

---

- Temos apresentado alternativas da Estatística para o suporte a tomadas de decisão
  - Previsão & Diagnóstico
  - Incerteza
    - O que ocorrerá?
    - Qual é a causa?
    - Quão incertos estamos sobre o futuro e sobre o passado?
- Estudaremos agora...
  - Como decidir diante de duas hipóteses confrontadas?
  - Para tanto recorreremos a amostras
    - Realizaremos inferências
    - Mediremos as chances de decidir erradamente

---

# Teste de hipóteses

---

- Ele usualmente direciona-se a um parâmetro populacional ( $\theta$ ) relacionado a uma variável de interesse ( $X$ )
  - Enfatizaremos neste curso a média ( $\mu$ ) de  $X$ 
    - Ou a proporção de  $X$  ( $p$ )
- Usualmente, tem-se uma hipótese inicial (tradicional, consolidada, nominal) sobre  $\theta$  a ser colocada à prova
  - Esta hipótese é geralmente chamada de “hipótese nula”
  - Ela é denotada por  $H_0$

---

# Teste de hipóteses

---

- $H_0$  resulta por muitas vezes de
  1. Análises estatísticas anteriores
    - Exemplo 1
      - Estuda-se o desempenho de um novo método de ensino
      - $X \equiv$  Nota de um aluno
      - De acordo com dados históricos,  $H_0: \mu = \mu_0 = 7.3$ 
        - ( $\mu \equiv$  Nota média dos alunos que vivenciam o novo método;  $\mu_0 \equiv$  Nota média dos alunos que vivenciam os métodos tradicionais)
  2. Metas nominais (ou delineadas) para a população
    - Exemplo 2
      - Estuda-se a conformidade de itens fabricados por uma máquina
      - $X \equiv$  Conformidade de um item fabricado
      - De acordo com os padrões nominais da máquina,  $H_0: p = p_0 = 1\%$ 
        - ( $p \equiv$  real proporção de itens não-conformes,  $p_0 \equiv$  proporção nominal de itens não-conformes)

---

# Teste de hipóteses

---

- De maneira geral, denotamos a hipótese nula para  $\theta$  por
  - $H_0: \theta = \theta_0$ 
    - Sempre teremos uma igualdade em  $H_0$
    - Todos os cálculos estatísticos subsequentes recorrem a tal igualdade
    - $\theta_0$  representa um valor (um número) prefixado para  $\theta$ 
      - Deseja-se verificar se  $\theta$  realmente equivale a  $\theta_0$

---

# Teste de hipóteses

---

- Após formulada a hipótese nula ( $H_0$ ),
  - Colhe-se uma **amostra aleatória** de elementos da população
  - Através da amostra, deseja-se comprovar (ou refutar)  $H_0$
- Deseja-se uma amostra representativa da população
  - Trata-se de um problema de inferência
    - Concluir sobre o todo a partir de uma parte, apenas
  - Podemos, assim, cometer um de dois tipos de erro:
    1. Tipo I: Rejeitar  $H_0$  quando esta é verdadeira
      - Do Exemplo 1: Concluir erradamente que o novo método de ensino é melhor que o tradicional ( $\mu > 7.3$ )
    2. Tipo II: Não rejeitar  $H_0$  quando esta é falsa
      - Do Exemplo 1: Concluir erradamente que o novo método de ensino não é melhor que o tradicional ( $\mu = 7.3$ )

---

# Teste de hipóteses

---

- Exercício 1: Delineie  $H_0$  e descreva os respectivos erros do tipo I e do tipo II nos seguintes casos
  1. De acordo com as especificações de uma nova tecnologia adotada, a produção média diária de leite de dado rebanho será de 10 litros. Um eventual comprador da tecnologia deseja estudar se tais especificações são satisfeitas.
  2. De acordo com a literatura médica, a proporção de indivíduos que desenvolvem dado câncer é de 5%. Deseja-se estudar se determinada droga é cancerígena.
  3. Estuda-se se determinada dieta eleva a resistência de cavalos. Sabe-se que, em média, um cavalo é capaz de percorrer até 12 km sem apresentar sinais de fadiga.
  4. Determinado cirurgião defende que desenvolveu um método cirúrgico que requer menor tempo. Sabe-se que o procedimento tradicional requer, em média, 40 minutos.
  5. A exemplo dos quesitos acima, sugira hipóteses nulas (paradigmas ou pré-especificações) relacionadas a problemas da sua futura área de atuação profissional e estude os tipos de erro.

---

# Teste de hipóteses

---

- A probabilidade de cometermos o erro do tipo I ( $\alpha$ )
  - $P(\text{erro do tipo I}) = P(\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdadeira}) = \alpha$
  - $\alpha$  é conhecido como **nível de significância** do teste
    - Quanto menor o  $\alpha$ , mais significativo (confiável) é o resultado da amostra para rejeitar  $H_0$
  - Usualmente,  $\alpha$  é um valor atribuído pelo pesquisador
    - Trata-se do risco de ele equivocadamente contrariar a hipótese “consolidada” ( $H_0$ )



---

# Teste de hipóteses

---

- A probabilidade de cometermos o erro do tipo II
  - $P(\text{erro do tipo II}) = P(\text{não rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é falsa}) = \beta$
  - Fixar (ou calcular) o valor de  $\beta$  mostra-se tarefa árdua
    - Isto porque precisaríamos conhecer o valor verdadeiro de  $\theta$ 
      - Veja que para calcularmos  $\alpha$ , supomos conhecer o valor de  $\theta$ 
        - »  $H_0$  envolve uma igualdade
  - Por isso, é comum que as regras de decisão sejam baseadas apenas em  $\alpha$ 
    - um grande equívoco

---

# Teste de hipóteses

---

- $H_1$ : Hipótese alternativa a  $H_0$ 
  - É também comum que se explicita uma hipótese alternativa a  $H_0$
  - Ela será considerada como aceitável caso  $H_0$  seja rejeitada
  - Ela é denotada por  $H_1$
  - É natural que  $H_0 \cap H_1 = \{\emptyset\}$ 
    - As hipóteses são contrastantes, sem pontos em comum
    - Contrastes a partir de um valor prefixado  $\theta_0$ :
      - $H_0: \theta = \theta_0$  contra  $H_1: \theta \neq \theta_0$  ou
      - $H_0: \theta = \theta_0$  contra  $H_1: \theta > \theta_0$  ou
      - $H_0: \theta = \theta_0$  contra  $H_1: \theta < \theta_0$

---

# Teste de hipóteses

---

- $H_1$  resulta por muitas vezes do
  1. Desenvolvimento de novas teorias
    - Do Exemplo 1: Um novo método de ensino melhoraria o desempenho dos alunos?
      - $H_0: \mu = 7.3$  ou  $H_1: \mu > 7.3$ ?
  2. Do estudo de conformidade da população a padrões já estabelecidos
    - Do Exemplo 2: A máquina estaria fora dos padrões nominais?
      - $H_0: p = 0.01$  ou  $H_1: p > 0.01$ ?

---

# Teste de hipóteses

---

- Exercício 2: Delineie  $H_1$  para os casos abaixo
  1. De acordo com as especificações de uma nova tecnologia adotada, a produção média diária de leite de dado rebanho será de 10 litros. Um eventual comprador da tecnologia deseja estudar se tais especificações são satisfeitas.
  2. Estuda-se se determinado produto é cancerígeno. Sabe-se que a incidência deste câncer em indivíduos de um modo geral é de 5%.
  3. Estuda-se se determinada dieta eleva a resistência de cavalos. Sabe-se que, em média, um cavalo é capaz de percorrer até 12 km sem apresentar sinais de fadiga.
  4. Determinado cirurgião defende que desenvolveu um método cirúrgico que requer menor tempo. Sabe-se que o procedimento tradicional requer, em média, 40 minutos.
  5. Considerando as hipóteses elaboradas no quesito 5 do Exercício 1, delineie as respectivas hipóteses alternativas.