
Estatística Exploratória

Prof. Paulo Renato A. Firmino

paulo.firmino@deinfo.ufrpe.br

Teste de hipóteses

- Temos apresentado alternativas da Estatística para o suporte a tomadas de decisão
 - Previsão & Diagnóstico
 - Incerteza
 - O que ocorrerá?
 - Qual é a causa?
 - Quão incertos estamos sobre o futuro e sobre o passado?
- Estudaremos agora...
 - Como decidir diante de duas hipóteses confrontadas?
 - Para tanto recorreremos a amostras
 - Realizaremos inferências
 - Mediremos as chances de decidir erradamente

Teste de hipóteses

- Ele usualmente direciona-se a um parâmetro populacional (θ) relacionado a uma variável de interesse (X)
 - Enfatizaremos neste curso a média (μ) de X
 - Ou a proporção de X (p)
- Usualmente, tem-se uma hipótese inicial (tradicional, consolidada, nominal) sobre θ a ser colocada à prova
 - Esta hipótese é geralmente chamada de “hipótese nula”
 - Ela é denotada por H_0

Teste de hipóteses

- H_0 resulta por muitas vezes de
 1. Análises estatísticas anteriores
 - Exemplo 1
 - Estuda-se o desempenho de um novo método de ensino
 - $X \equiv$ Nota de um aluno
 - De acordo com dados históricos, $H_0: \mu = \mu_0 = 7.3$
 - ($\mu \equiv$ Nota média dos alunos que vivenciam o novo método; $\mu_0 \equiv$ Nota média dos alunos que vivenciam os métodos tradicionais)
 2. Metas nominais (ou delineadas) para a população
 - Exemplo 2
 - Estuda-se a conformidade de itens fabricados por uma máquina
 - $X \equiv$ Conformidade de um item fabricado
 - De acordo com os padrões nominais da máquina, $H_0: p = p_0 = 1\%$
 - ($p \equiv$ real proporção de itens não-conformes, $p_0 \equiv$ proporção nominal de itens não-conformes)

Teste de hipóteses

- De maneira geral, denotamos a hipótese nula para θ por
 - $H_0: \theta = \theta_0$
 - Sempre teremos uma igualdade em H_0
 - Todos os cálculos estatísticos subsequentes recorrem a tal igualdade
 - θ_0 representa um valor (um número) prefixado para θ
 - Deseja-se verificar se θ realmente equivale a θ_0

Teste de hipóteses

- Após formulada a hipótese nula (H_0),
 - Colhe-se uma **amostra aleatória** de elementos da população
 - Através da amostra, deseja-se comprovar (ou refutar) H_0
- Deseja-se uma amostra representativa da população
 - Trata-se de um problema de inferência
 - Concluir sobre o todo a partir de uma parte, apenas
 - Podemos, assim, cometer um de dois tipos de erro:
 1. Tipo I: Rejeitar H_0 quando esta é verdadeira
 - Do Exemplo 1: Concluir erradamente que o novo método de ensino é melhor que o tradicional ($\mu > 7.3$)
 2. Tipo II: Não rejeitar H_0 quando esta é falsa
 - Do Exemplo 1: Concluir erradamente que o novo método de ensino não é melhor que o tradicional ($\mu = 7.3$)

Teste de hipóteses

- Exercício 1: Delineie H_0 e descreva os respectivos erros do tipo I e do tipo II nos seguintes casos
 1. De acordo com as especificações de uma nova tecnologia adotada, a produção média diária de leite de dado rebanho será de 10 litros. Um eventual comprador da tecnologia deseja estudar se tais especificações são satisfeitas.
 2. De acordo com a literatura médica, a proporção de indivíduos que desenvolvem dado câncer é de 5%. Deseja-se estudar se determinada droga é cancerígena.
 3. Estuda-se se determinada dieta eleva a resistência de cavalos. Sabe-se que, em média, um cavalo é capaz de percorrer até 12 km sem apresentar sinais de fadiga.
 4. Determinado cirurgião defende que desenvolveu um método cirúrgico que requer menor tempo. Sabe-se que o procedimento tradicional requer, em média, 40 minutos.
 5. A exemplo dos quesitos acima, sugira hipóteses nulas (paradigmas ou pré-especificações) relacionadas a problemas da sua futura área de atuação profissional e estude os tipos de erro.

Teste de hipóteses

- A probabilidade de cometermos o erro do tipo I (α)
 - $P(\text{erro do tipo I}) = P(\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdadeira}) = \alpha$
 - α é conhecido como **nível de significância** do teste
 - Quanto menor o α , mais significativo (confiável) é o resultado da amostra para rejeitar H_0
 - Usualmente, α é um valor atribuído pelo pesquisador
 - Trata-se do risco de ele equivocadamente contrariar a hipótese “consolidada” (H_0)

Teste de hipóteses

- A probabilidade de cometermos o erro do tipo II
 - $P(\text{erro do tipo II}) = P(\text{não rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é falsa}) = \beta$
 - Fixar (ou calcular) o valor de β mostra-se tarefa árdua
 - Isto porque precisaríamos conhecer o valor verdadeiro de θ
 - Veja que para calcularmos α , supomos conhecer o valor de θ
 - » H_0 envolve uma igualdade
 - Por isso, é comum que as regras de decisão sejam baseadas apenas em α
 - um grande equívoco

Teste de hipóteses

- H_1 : Hipótese alternativa a H_0
 - É também comum que se explicita uma hipótese alternativa a H_0
 - Ela será considerada como aceitável caso H_0 seja rejeitada
 - Ela é denotada por H_1
 - É natural que $H_0 \cap H_1 = \{\emptyset\}$
 - As hipóteses são contrastantes, sem pontos em comum
 - Contrastes a partir de um valor prefixado θ_0 :
 - $H_0: \theta = \theta_0$ contra $H_1: \theta \neq \theta_0$ ou
 - $H_0: \theta = \theta_0$ contra $H_1: \theta > \theta_0$ ou
 - $H_0: \theta = \theta_0$ contra $H_1: \theta < \theta_0$

Teste de hipóteses

- H_1 resulta por muitas vezes do
 1. Desenvolvimento de novas teorias
 - Do Exemplo 1: Um novo método de ensino melhoraria o desempenho dos alunos?
 - $H_0: \mu = 7.3$ ou $H_1: \mu > 7.3$?
 2. Do estudo de conformidade da população a padrões já estabelecidos
 - Do Exemplo 2: A máquina estaria fora dos padrões nominais?
 - $H_0: p = 0.01$ ou $H_1: p > 0.01$?

Teste de hipóteses

- Exercício 2: Delineie H_1 para os casos abaixo
 1. De acordo com as especificações de uma nova tecnologia adotada, a produção média diária de leite de dado rebanho será de 10 litros. Um eventual comprador da tecnologia deseja estudar se tais especificações são satisfeitas.
 2. Estuda-se se determinado produto é cancerígeno. Sabe-se que a incidência deste câncer em indivíduos de um modo geral é de 5%.
 3. Estuda-se se determinada dieta eleva a resistência de cavalos. Sabe-se que, em média, um cavalo é capaz de percorrer até 12 km sem apresentar sinais de fadiga.
 4. Determinado cirurgião defende que desenvolveu um método cirúrgico que requer menor tempo. Sabe-se que o procedimento tradicional requer, em média, 40 minutos.
 5. Considerando as hipóteses elaboradas no quesito 5 do Exercício 1, delineie as respectivas hipóteses alternativas.