

# BREVE INTRODUÇÃO AO MATHEMATICA

Prof. Marcelo Gama - Outubro / 2011

## 1 Processando expressões

Digitar a expressão e usar *Shift + Enter*

```
2+2
4
```

## 2 Cálculo numérico

### 2.1 Aritmética

- Adição:  $x + y$
- Subtração:  $x - y$
- Multiplicação:  $x * y$  ou  $x y$
- Divisão:  $x/y$
- Potência:  $x^y$

### 2.2 Cálculo exato e cálculo aproximado

- expressão //N: Calcula o valor aproximado da expressão
- N[expressão, n]: Calcula o valor aproximado da expressão com  $n$  casas decimais

```
3/4+1/5
 $\frac{19}{20}$ 
3.0/4+1/5
0.95
3/4+1/5 //N
0.95
N[1/3, 4]
0.3333
```

### 2.3 Algumas funções matemáticas

- Raiz quadrada:  $\text{Sqrt}[x]$
- Exponencial:  $\text{Exp}[x]$  (Calcula  $e^x$ )
- Logaritmo natural:  $\text{Log}[x]$
- Logaritmo numa base  $b$ :  $\text{Log}[b, x]$

- Funções trigonométricas (com argumentos em radianos): Sin[ $x$ ], Cos[ $x$ ], Tan[ $x$ ]
- Funções trigonométricas inversas: ArcSin[ $x$ ], ArcCos[ $x$ ], ArcTan[ $x$ ]
- Fatorial:  $n!$
- Valor absoluto (módulo): Abs[ $x$ ]
- Arredondamento: Round[ $x$ ]
- Resto da divisão de  $a$  por  $n$ : Mod[ $a, n$ ]
- Máximo e mínimo de um conjunto de números: Max[ $x, y, z, \dots$ ] e Min[ $x, y, z, \dots$ ]
- Decomposição de um inteiro em fatores primos: FactorInteger[ $n$ ]

```
Sqrt[8]
2√2
Sqrt[8.]
2.82843
100!
30414093201713378043612608166064768844377641568960512000000000000
100! /N
3.04141 × 1064
```

## 2.4 Algumas constantes

- $\pi$ : Pi
- Base dos logaritmos naturais ( $e$ ): E
- Símbolo de grau ( $^\circ$ ): Degree
- Unidade imaginária ( $i$ ): I
- Infinito ( $\infty$ ): Infinity

```
Sin[Pi/2]
1
(2+I)*(3-2I)
8 - I
Sqrt[-9]
3I
Cos[180 Degree]
-1
Log[2,8]
3
```

## 2.5 Números complexos

- Número complexo  $a + bi$ : `a+bI`
- Parte real do complexo  $z$ : `Re[z]`
- Parte imaginária do complexo  $z$ : `Im[z]`
- Conjugado do complexo  $z$ : `Conjugate[z]`
- Módulo do complexo  $z$ : `Abs[z]`
- Argumento do complexo  $z$ : `Arg[z]`

## 3 Melhorando o processo de cálculo

### 3.1 Usando resultados anteriores

```
Sqrt[2.]  
1.41421  
  
% -1  
0.41421
```

### 3.2 Definindo variáveis

- Atribuir valor à variável  $x$ : `x = 1`
- Atribuir valor às variáveis  $x$  e  $y$ : `x = y = 1`
- Remover valor atribuído à variável  $x$ : `x = .` ou `Clear[x]`

```
x=3  
3  
  
2x  
6  
  
x^2 - 1  
8
```

### 3.3 Usando listas de objetos

```
v={0, 2, 4, 6, 8}  
{1, 2, 3, 4}  
  
v[[1]]+1  
1  
  
v[[5]] = -1  
-1  
  
v  
{0, 2, 4, 6, -1}
```

## 4 Cálculo algébrico

### 4.1 Computação simbólica

```
x + 3 - 5x
3 - 2x

(x+1)^3
(1 + x)^3

Expand[%]
1 + 3x + 3x^2 + x^3
```

### 4.2 Atribuindo valor aos símbolos

```
x + y /. x -> 1
1 + y

x + y /. {x -> 1, y -> 2}
3
```

### 4.3 Transformando expressões algébricas

- Efetuar os cálculos das operações indicadas na expressão: `Expand[expressão]`
- Fatora a expressão o máximo possível (em  $\mathbb{R}$ ): `Factor[expressão]`
- Simplificação: `Simplify[expressão]` ou `FullSimplify[expressão]`
- Cancelar fator comum no numerador e denominador: `Cancel[expressão]`

### 4.4 Somas e produtos

- Somas de várias parcelas definidas por uma expressão  $f(n)$ : `Sum[f, {n, min, max}]`
- Produto de várias parcelas definidas por uma expressão  $f(n)$ : `Product[f, {n, min, max}]`

```
Sum[i^2, {i, 1, 10}]    (ou seja, 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 10^2)
385
```

```
Sum[1/i^2, {i, 1, Infinity}]    (ou seja, 1/1^2 + 1/2^2 + 1/3^2 + ...)
pi^2/6
```

```
Product[1 + x^i, {i, 1, 12, 3}]
(1 + x)(1 + x^4)(1 + x^7)(1 + x^10)
```

## 5 Resolvendo equações

- ✓ Resolver uma equação com relação à variável  $x$ : `Solve[equação, x]`
- ✓ Resolver um sistema de equações com relação às variáveis  $x, y, \dots$   
`Solve[{equação1, equação2, \dots}, {x, y, \dots}]`
- ✓ Resolver uma equação numericamente com  $x \geq a$ : `FindRoot[f(x) == g(x), {x, a}]`

```
Solve[x^2-5x+6==0, x]
{{x -> 2}, {x -> 3}}

Solve[{x+y==3, x-y==1}, {x,y}]
{{x -> 2}, {y -> 1}}

Solve[{x+y==a, x-y==b}, {x,y}]
{{x -> (a+b)/2, y -> (a-b)/2}}

FindRoot[Cos[x]==x, {x, 0}]
{x -> 0.739085}
```

## 6 Somas e produtos

- ✓  $\sum_{i=i_{\min}}^{max} f$ : `Sum[f, i, imin, imax]`
- ✓  $\prod_{i=i_{\min}}^{max} f$ : `Product[f, i, imin, imax]`

```
Sum[2^i, {i, 1, 3}]
14

Sum[x^k, {k, 1, 9, 2}]
x + x^3 + x^7 + x^9

Sum[i, {i, 1, n}]
(1/2)n(1 + n)

Sum[1/i^2, {i, 1, Infinity}]
pi^2/6

Product[1+x^i, {i, 1, 4}]
(1 + x)(1 + x^2)(1 + x^3)(1 + x^4)
```

## 7 Funções e programas

### 7.1 Definindo uma função

```
f[x_]:=x^2
f[2]
4
f[(a+1)]
(1 + a)^2
g[x_, y_]:=Simplify[x^2+y^2]
g[Sin[t],cos[t]]
1
```

### 7.2 Funções mais complexas

#### 7.2.1 Fórmula de Heron

```
Heron[a_, b_, c_] := Module[{p, area},
  p = (a + b + c)/2;
  area = Sqrt[p*(p - a)*(p - b)*(p - c)];
  area
]
Heron[3,4,5]
6
```

#### 7.2.2 Cálculo dos ângulos internos de um triângulo a partir de seus lados

```
Angulos[a_, b_, c_] := Module[{angulo1, angulo2, angulo3},
  angulo1 = Round[ArcCos[(b^2 + c^2 - a^2)/(2*b*c)]*180/Pi];
  angulo2 = Round[ArcCos[(a^2 + c^2 - b^2)/(2*a*c)]*180/Pi];
  angulo3 = 180 - angulo1 - angulo2;
  {angulo1, angulo2, angulo3}
]
Angulos[3, 4, 5]
{37, 53, 90}
Angulos[1, 1, Sqrt[2]]
{45, 45, 90}
```

## 8 Operações repetitivas

- ✓ For [i=imin, i<=imax, i++, expressão]: Execute “expressão” para  $i = i_{min}, \dots, i_{max}$
- ✓ Do [expressão, {i, imin, imax}]: Faça algo para  $i = i_{min}, \dots, i_{max}$
- ✓ While [condição, expressão]: Enquanto “condição” for verdadeira, execute “expressão”

```
Fatoriais1[n_]:=Module[{i, fat},
  fat={};
  For[i=1, i<=n, i++, fat=Append[fat,i!]];
  fat
]

Fatoriais1[10]
{1, 2, 6, 24, 120, 720, 5040, 40320, 362880, 3628800}
```

```
Fatoriais2[n_]:=Module[{fat},
  fat={};
  Do[fat=Append[fat,i!], {i,1,10,2}];
  fat
]

Fatoriais2[10]
{1, 6, 120, 5040, 362880}
```

**(Cálculo das potências de um número  $a$  que são menores que um dado  $n$ )**

```
Potencias[a_, n_] := Module[{pot, i},
  pot = {};
  i = 1;
  While[a^i < n, {
    pot = Append[pot, a^i];
    i++
  }];
  pot
]

Potencias[3,10000]
{3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, 6561}
```

## 9 Construção de listas

✓ `Table[expressão, {variavel1, valor1, valor2}, {variavel2, valor1, valor2}, ...]`

```
Table[i^2, {i, 5, 10}]
{25, 36, 49, 64, 81, 100}

Table[F[x], {x, 5, 10}]
{F[5], F[6], F[7], F[8], F[9], F[10]}

Table[TrigExpand[Sin[k*x]], {k, 1, 4}]
{Sin[x], 2Cos[x]Sin[x], 3 Cos[x]^2 Sin[x] - Sin[x]^3, 4 Cos[x]^3 Sin[x] - 4 Cos[x] Sin[x]^3}

Table[Expand[(a + b)^n], {n, 1, 4}]
{a + b, a^2 + 2 a b + b^2, a^3 + 3 a^2 b + 3 a b^2 + b^3, a^4 + 4 a^3 b + 6 a^2 b^2 + 4 a b^3 + b^4}
```

## 10 Condicionais

✓ `If["condição", expressão (para "condição" verdadeira), expressão (para "condição" falsa)]`

```
Situacao[notas_] := Module[{media, soma, i},
  soma = 0;
  For[i = 1, i <= Length[notas], i++, soma = soma + notas[[i]];
  media = soma/Length[notas];
  If[media >= 7, Print["Aprovado"], Print["Reprovado"]];
]

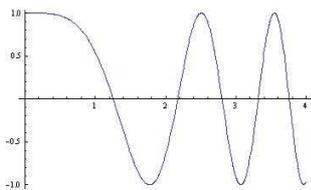
Situacao[1, 5, 10, 10]
Reprovado

Situacao[1, 5, 10, 10, 9]
Aprovado
```

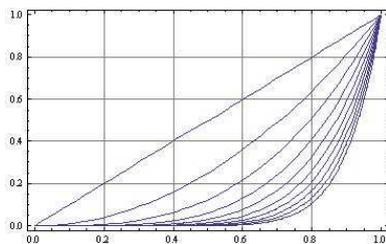
## 11 Gráficos

- ✓ `Plot[f, {x, xmin, xmax}]`: Gráfico da função  $f(x)$  no intervalo  $[x_{min}, x_{max}]$
- ✓ `Plot[{f1, f2, ...}, {x, xmin, xmax}]`: Gráfico das funções  $f_1(x), f_2(x), \dots$  no intervalo  $[x_{min}, x_{max}]$

`Plot[Cos[x^2], x, 0, 4]`



`Plot[Table[x^n, {n, 1, 10}], Frame->True, Gridlines->Automatic], {x, 0, 1}]`



`Plot[Table[n + Sin[x], {n, -1, 1, 0.2}], {x, 0, 2Pi}, AxesLabel -> {"x", "n+Sin[x]"}]`

