



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

ÁLGEBRA LINEAR E CÁLCULO VETORIAL

TERCEIRA LISTA DE EXERCÍCIOS - 2011.2

Prof. Marcelo Gama

1. Dentre as transformações $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definidas abaixo, verificar quais são e quais não são lineares.

(a) $T(x, y) = (3x + y, 2x - y)$

(c) $T(x, y) = (2x + 1, y)$

(b) $T(x, y) = (x^2, y^2)$

(d) $T(x, y) = (x - y, 0)$

2. Para as transformações lineares a seguir, encontre:

(a) O núcleo e sua dimensão

(b) A imagem e sua dimensão

• $T_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, dada por $T_1(x, y) = (3x + y, 4x - 2y)$

• $T_2 : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$, dada por $T_2(a, b, c, d, e) = (3a + b - c, 4a - 2b + c - d, a + b + d + e, a - 2c + d - e)$

3. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dada por

$$T(x, y) = (2x + y, 3x + 2y, -5x - 4y)$$

Encontre a imagem, o núcleo de T e suas respectivas dimensões. Em seguida, verifique o *teorema do núcleo e da imagem*.

4. Encontre uma transformações $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ cujo núcleo é gerado por $(1, 2, 3, 4)$ e $(0, 1, 1, 1)$.

5. Encontre uma transformações $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ cuja imagem é gerada por $(1, 2, 3)$ e $(4, 5, 6)$.

6. Encontre a transformação linear inversa de $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, dada por $T(x, y) = (2x + y, 3x + 2y)$.