# Pesquisa Sequencial e Binária

Introdução à Programação

SI1

# Conteúdo

- Pesquisa sequencial
- Noções de complexidade
- Pesquisa binária

# Contexto

- Diferentes estratégias para pesquisa (busca) de um elemento específico em um conjunto de dados.
  - **Lista, array, coleção**
- Operação **importante**, encontrada com muita freqüência em diversas aplicações
- Dois métodos mais conhecidos:
  - **`Busca Seqüencial ou linear`** (linear search ou sequencial search)
  - **`Busca Binária`** (binary search)

# Pesquisa Sequencial

- Forma **mais simples** de realizar pesquisas.

**Metodologia:**

- É efetuada a verificação de cada elemento do conjunto, sequencialmente, até que o elemento desejado seja encontrado (**pesquisa bem sucedida**) ou
- Todos os elementos do conjunto tenham sido verificados sem que o elemento procurado tenha sido encontrado (**pesquisa mal sucedida**)

# Pesquisa Sequencial

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 14 | 21 | 5 | 45 | 12 | 3 | 86 | 98 | 46 | 53 | 24 | 2 | 1 | 15 | 90 | 47 |

- **Questão 1:**
  - O elemento 90 está presente no vetor?
- **Questão 2:**
  - Quantas comparações são necessárias para achar o elemento 90?

# Características

- Algoritmo extremamente **simples**

- Pode ser muito **ineficiente** quando o conjunto de dados se torna muito **grande**
  - **Alto** número de comparações

# COMPLEXIDADE DE ALGORITMOS

# Complexidade

- A Complexidade de um Algoritmo consiste na quantidade de **"trabalho"** necessária para a sua execução, expressa em função das operações fundamentais.
  - Operações críticas variam de acordo com o **algoritmo**, e em função do **volume de dados**
  - Por exemplo, na pequisa sequencial é fundamental as **`comparações`** entre elementos

# Complexidade de Algoritmos

- Um algoritmo serve para resolver um determinado problema, e os problemas têm sempre uma **entrada de dados** (**E**)
- O tamanho de **E (N elementos)** afeta diretamente o **tempo de resposta** do algoritmo
- Dependendo do problema, já existem alguns **algoritmos prontos**, ou que podem ser adaptados
  - **Decisão: qual algoritmo escolher?**

# Complexidade

- A **complexidade** de um algoritmo pode ser dividida em:
  - **`Complexidade Espacial`**: quantidade de **recursos** utilizados para resolver o problema
  - **`Complexidade Temporal`**: quantidade de tempo utilizado. Pode ser visto também como o **número de passos** necessários para resolver determinado problema
- Em ambos os casos, a complexidade é medida de acordo com o **tamanho dos dados de entrada** (**N**)

# Complexidade

- Definimos a **expressão matemática de avaliação do tempo de execução** de um algoritmo como sendo uma **função que fornece o número de passos efetuados** pelo algoritmo a partir de uma certa **entrada**

# Exemplos

- **Soma de vetores**

  para I de 1 até N faça

  **S[I] ← X[I] + Y[I]**

  fimpara

- **Número de passos = número de somas (N somas)**
  - Ordem de N ou **O(N)**

# Exemplos

- **Soma de matrizes**

```
para I de 1 até N faça
  para J de1 até N faça
        C[I,J] ←A[I,j] + B[I,J]
  fimpara
fimpara
```

- **Número de passos = número de somas (N*N somas)**
  - Ordem de $N^2$ ou **O($N^2$)**

# Exemplos

- **Produto de matrizes**

```
para I de 1 até N faça
  para J de 1 até N faça
      P[I,J] ←0
      para K de 1 até N faça
          P[I,J] ← P[I,J] + A[I,K] * B[K,J]
      fimpara
  fimpara
fimpara
```

- **Número de passos = Número de operações de somas e produtos (N*N*N)**
  - Ordem de $N^3$ ou **$O(N^3)$**

# Tipos

- A complexidade pode ser qualificada quanto ao seu comportamento como:
  - **Polinomial**
    - à medida em que N aumenta o fator que estiver sendo analisado (tempo ou espaço) aumenta **linearmente**
  - **Exponencial**
    - A medida que N aumenta o fator que estiver sendo analisado (tempo ou espaço) aumenta **exponencialmente**

# Complexidade de Algoritmos

- Existem três escalas de complexidade:
  - **Melhor Caso**
  - **Caso Médio**
  - **Pior Caso**

# Melhor Caso

- Representado pela letra grega **Ω (Ômega)**
- É o **menor tempo** de execução em uma entrada de tamanho N
- É **pouco usado**, por ter aplicação em poucos casos
- Exemplo
  - Se tivermos uma lista de N números e quisermos executar uma **busca sequencial** assume-se que a complexidade no melhor caso é de **N = 1**
  - **f(N) = Ω (1) = 1**, pois assume-se que o número estaria logo na primeira posição da lista

# Caso Médio

- Definido pela letra grega **θ (Theta)**
- Dos três, é o mais **difícil** de se determinar
- Deve-se obter a **média** dos tempos de execução de todas as entradas de tamanho 1, 2,... até N, ou baseado em probabilidade de determinada situação ocorrer

# Pior Caso

- Representado pela letra grega **O (*O* maiúsculo. Trata-se da letra grega *ômicron* maiúscula)**
- É o método **mais fácil** de se obter
  - Baseia-se no maior tempo de execução sobre as entradas de tamanho N
- Exemplo:
  - Se tivermos uma lista de N números e quisermos executar uma **busca sequencial** assume-se que a complexidade no pior caso é **f(N) = O (N) = N**, pois assume-se que o número estaria no pior caso, no final da lista

# Busca Sequencial Complexidade

- **Pior Caso**: é quando é necessário realizar **N** comparações (onde **N** é o número de elementos)
  - Qual o cenário de pior caso possível?
  - O elemento procurado na **`última`** posição
- **Melhor Caso**: é quando é necessário realizar somente **uma** comparação
  - Qual o cenário de melhor caso possível?
  - O elemento procurado na **`primeira`** posição
- **Caso Médio**: **(Pior Caso + Melhor Caso)/2**

# Busca Sequenaial Complexidade

- **Pior Caso**: n comparações
  - **O(n) = n**
- **Melhor Caso**: uma comparação
  - **Ω(1) =1**
- **Caso Médio**: (Pior Caso + Melhor Caso)/2
  - **θ(n) = (n + 1) /2**

# BUSCA BINÁRIA

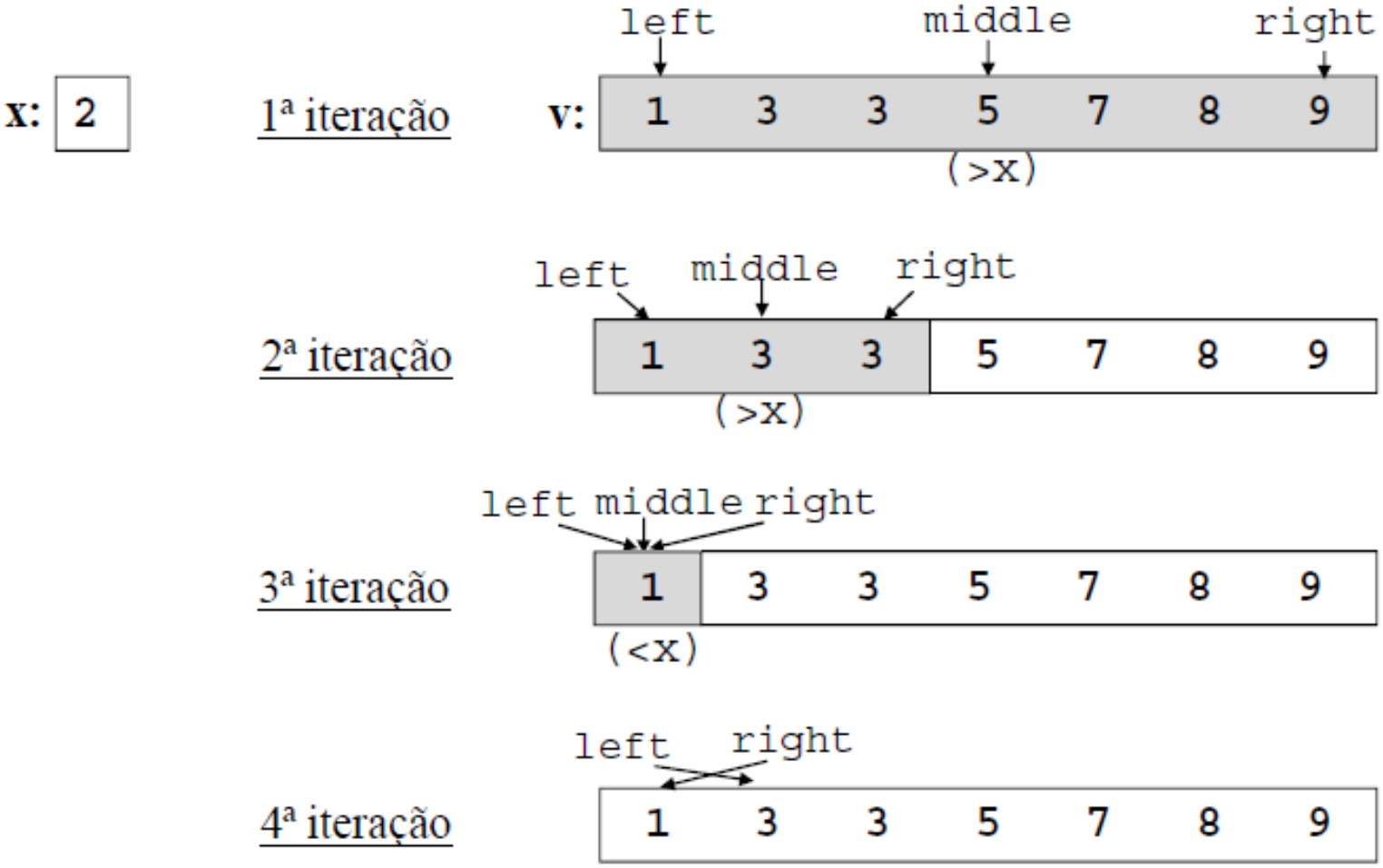
# Busca Binária

- Algoritmo de busca em vetores com acesso **aleatório** aos elementos
- Parte do pressuposto de que o vetor está **ordenado**
- Realiza sucessivas **divisões** do vetor e compara o elemento buscado (chave) com o elemento no **meio** do segmento
- 3 opções:
  - Se igual, a busca termina com **sucesso**
  - Se o elemento do meio for menor que o elemento buscado, então a busca continua na **metade posterior** do vetor.
  - Se o elemento do meio for menor que a chave, a busca continua na **metade anterior** do vetor

# Busca Binária
# Metodologia

1) Checar onde está o **ponto médio** do vetor.
2) Comparar o **elemento do ponto médio (EPM)** com elemento **chave**.
3) Continuar a pesquisa da seguinte forma:
   - Se **chave=EPM**, então a pesquisa pára com sucesso, pois achou o dado desejado!
   - Se **chave<EPM** realizar a pesquisa no sub-vetor **à esquerda** do EPM, partindo do **passo 1**.
   - Se **chave>EPM** realizar a pesquisa no sub-vetor **à direita** do EPM, partindo do **passo 1**.

# Exemplo

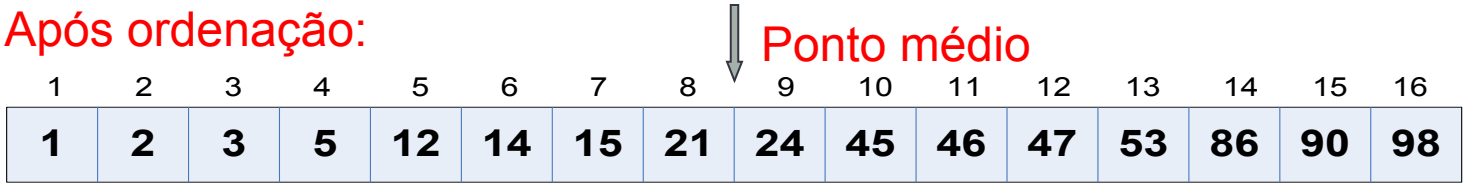



**vetor a inspecionar vazio ⇒ o valor 2 não existe no vetor original !**

# Exemplo de Busca Binária

Exemplo Inicial:

Após ordenação:

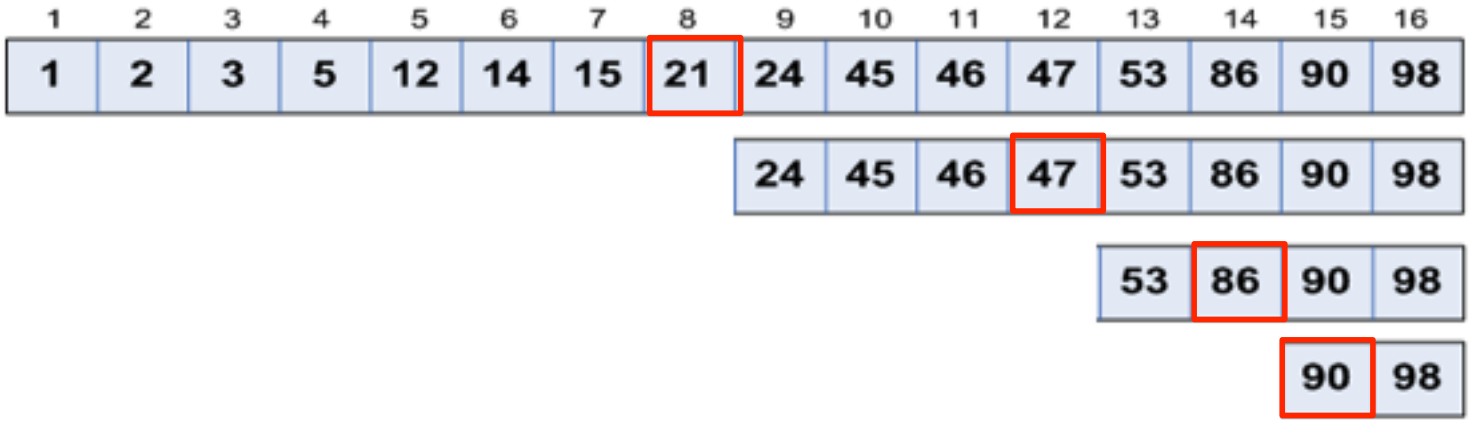



**Pergunta**: Como verificar se o **elemento 90** está presente no vetor acima?

**Pergunta**: **Quantas comparações são necessárias para achar o elemento 90?**

# Exemplo de Busca Binária

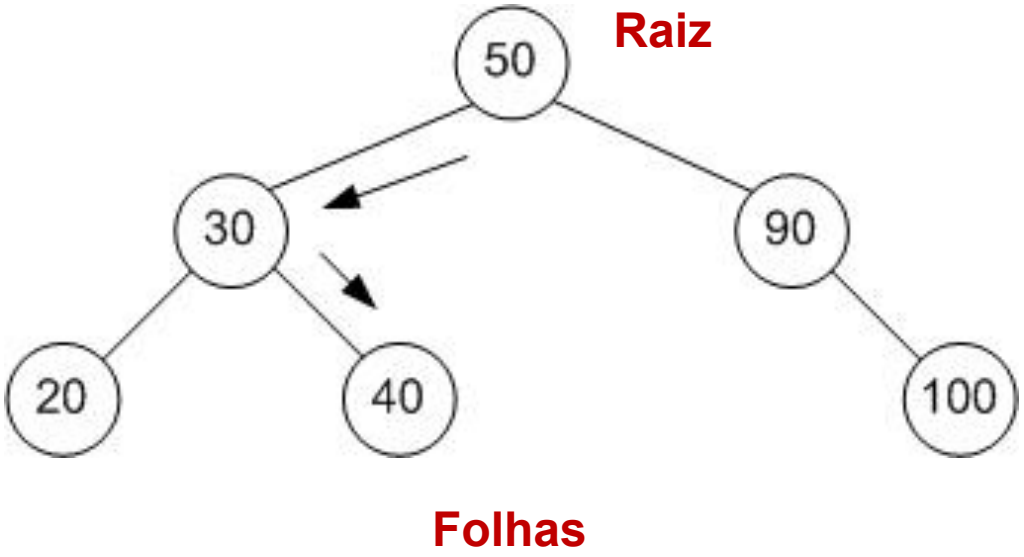
- Procurando pelo elemento 90



# Busca Binária

- Divide-se o vetor como se este fosse uma "**árvore**"

| 20 | 30 | 40 | 50 | 90 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|



# Complexidade da Busca Binária

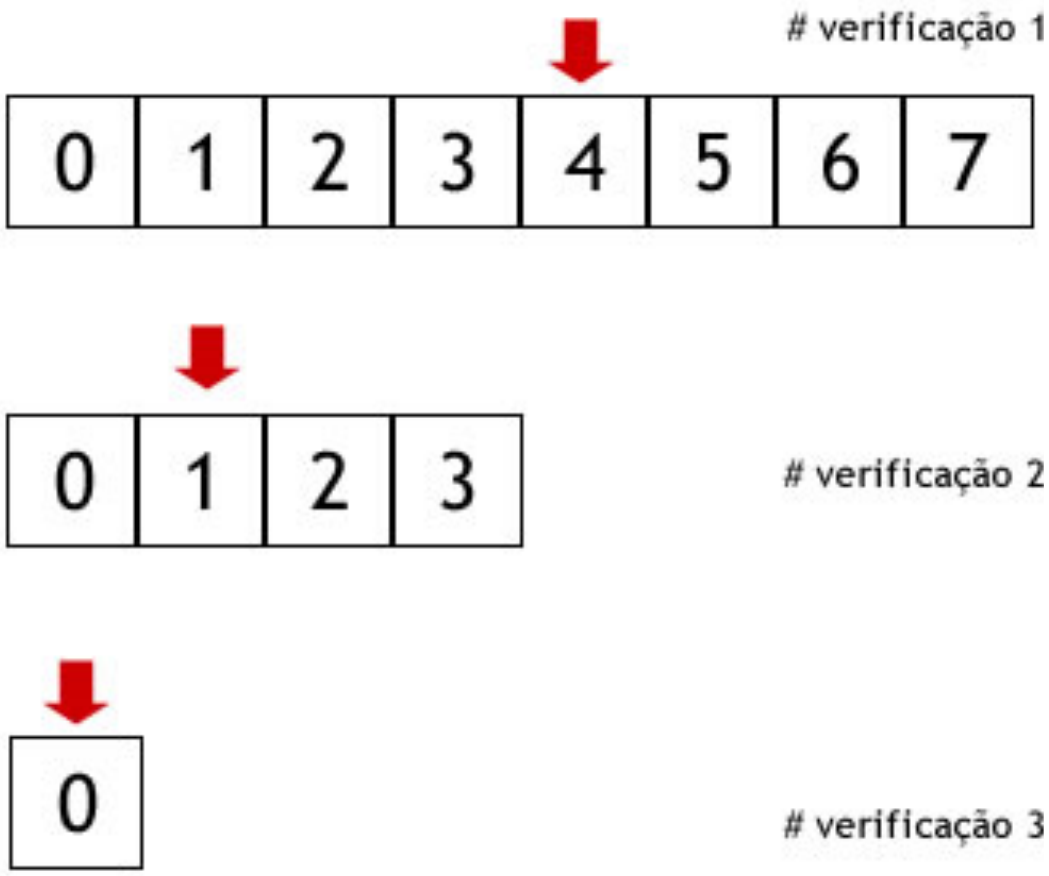
- **Pior Caso:** quando o dado desejado encontra-se na folha da árvore (**nas pontas**) ou não existe. **$O(\log_2 N)$**
- **Melhor Caso**: quando o elemento procurado corresponde a exatamente o elemento do meio do vetor (raiz da árvore). **$\Omega(1)$**
- **Caso Médio**: quando o dado desejado encontra-se próximo do "meio" da árvore. **$\theta(\log_2 N)$**
- Lembrando que **$\log_2 N = e$** => **$2^e = N$**

# Complexidade da Busca Binária

- Para um vetor de 8, é necessário apenas 3 comparações para se encontrar a chave no pior caso:
- Exemplo: localizar a chave **2** no vetor:
  - 11 21 34 39 41 45 89 98
  - **Comparação 1**: **11 21 34 39 41 45 89 98**
  - **Comparação 2**: **11 21 34** | 39 41 45 89 98
  - **Comparação 3**: **11** | 21 34 39 41 45 89 98

# Complexidade da Busca Binária

- Exemplo: localizar o valor 0 (zero)



# Qual das duas buscas é melhor?

- Para uma lista com N = 1000, o algoritmo de pesquisa **sequencial** irá executar **1000** comparações no pior caso, e cerca de **500** operações no caso médio
- Por sua vez, o algoritmo de pesquisa **binária** irá executar **10** comparações no pior caso, para o mesmo N. (**$\log_2 1000 \approx 10$**)
  - O logaritmo de base 2 aparece porque divide-se o intervalo de busca pela metade: 1000, 500, 250, 125, 63, 32, 16, 8, 4, 2, 1 (**10 divisões**)

# Qual das duas buscas é melhor?

- O algoritmo de pesquisa binária assume que a lista está **ordenada**
  - Ordenar uma lista também tem um **custo**, geralmente **superior** ao custo da pesquisa sequencial.
- Se for para fazer uma só pesquisa, **não vale à pena ordenar a lista**
- Por outro lado, se pretende-se fazer muitas pesquisas, o esforço da ordenação **pode valer a pena**

# EXERCÍCIOS

# Exercício

1. Faça um programa em python que realize a pesquisa sequencial em uma lista de números inteiros. Peça para o programa ler os números até que o valor -999 seja digitado. Em seguida o programa deve pedir para o usuário digitar o número a ser procurado na lista e efetuar a busca sequencial, informando se o mesmo foi ou não encontrado e se foi, em qual posição da lista este se encontra.
2. Refaça o programa anterior para usar o algoritmo de busca binária.

# Exercício

Considere o vetor com 11 elementos abaixo e diga quantas **comparações de igualdade** realizam os algoritmos de **Busca Linear** e **Busca Binária**, na tentativa de se encontrar no vetor os valores:

a) 3

b) 25

c) 70

| 1 | 2 | 7 | 15 | 23 | 56 | 57 | 58 | 70 | 72 | 78 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

# Bibliografia


- Cormen, Thomas H. et. al. Algoritmos: Teoria e Prática. Editora Campus, 2002.

- Ziviani, Nivio. Projeto de Algoritmos. Editora Nova Fronteira, 2004.

- Complexidade (Prof. Jones Albuquerque)
  - http://www.cin.ufpe.br/~joa/menu_options/school/cursos/ppd/aulas/complexidade.pdf