

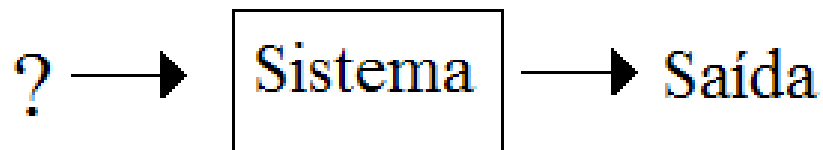
Introdução à otimização evolucionária com objetivos múltiplos

Roteiro

- Otimização
 - Objetivo Único
 - Objetivos Múltiplos
- Geração de Soluções
 - Métodos Clássicos
 - Otimização Evolucionária
- Métricas
 - Corretude
 - Diversidade
- Softwares & Frameworks
- Conclusões & Trabalhos Futuros

Otimização

- Procedimento de busca por soluções ótimas
- Qualidade mensurada de acordo com objetivo(s) [Funções]
 - Qual a entrada fornecida ao sistema que o leva a uma saída ótima?

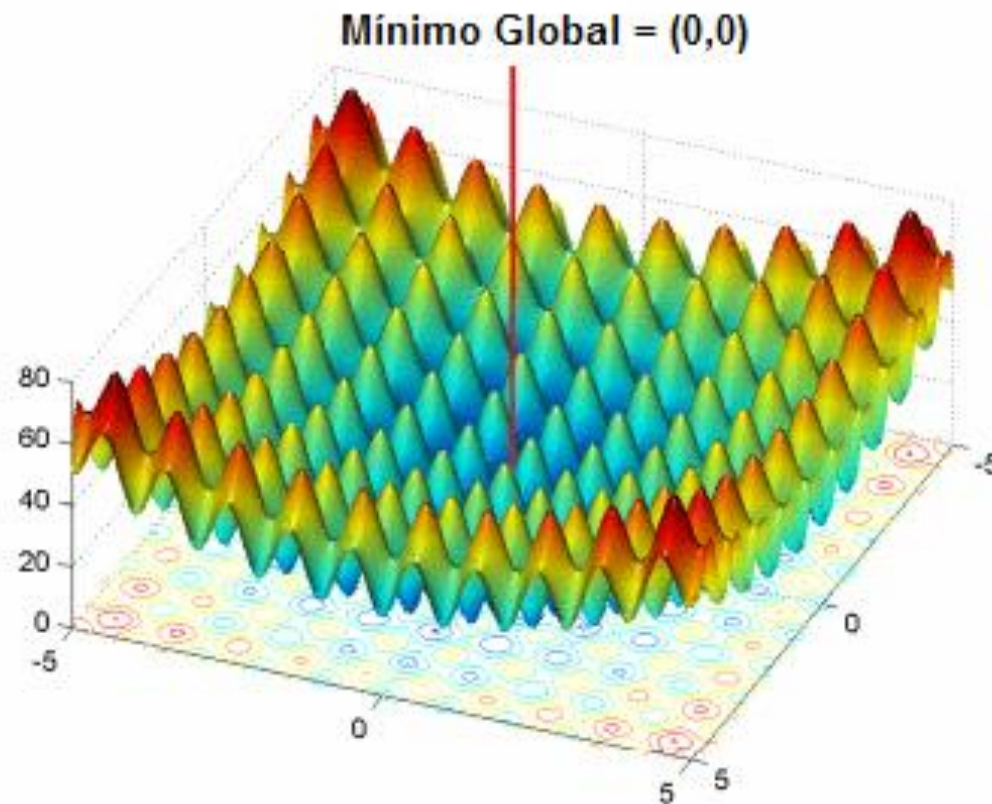


Otimização – Objetivo Único

- Resulta na busca pela melhor solução (Mínimos ou Máximos Globais)
- Técnicas baseadas em gradientes, algoritmos evolucionários, busca com heurísticas...
- Formalização:

Dada uma função $f : A \rightarrow R$ desejamos encontrar um elemento em A tal que $f(x_0) \leq f(x)$ para todo $x \in A$

Otimização – Objetivo Único



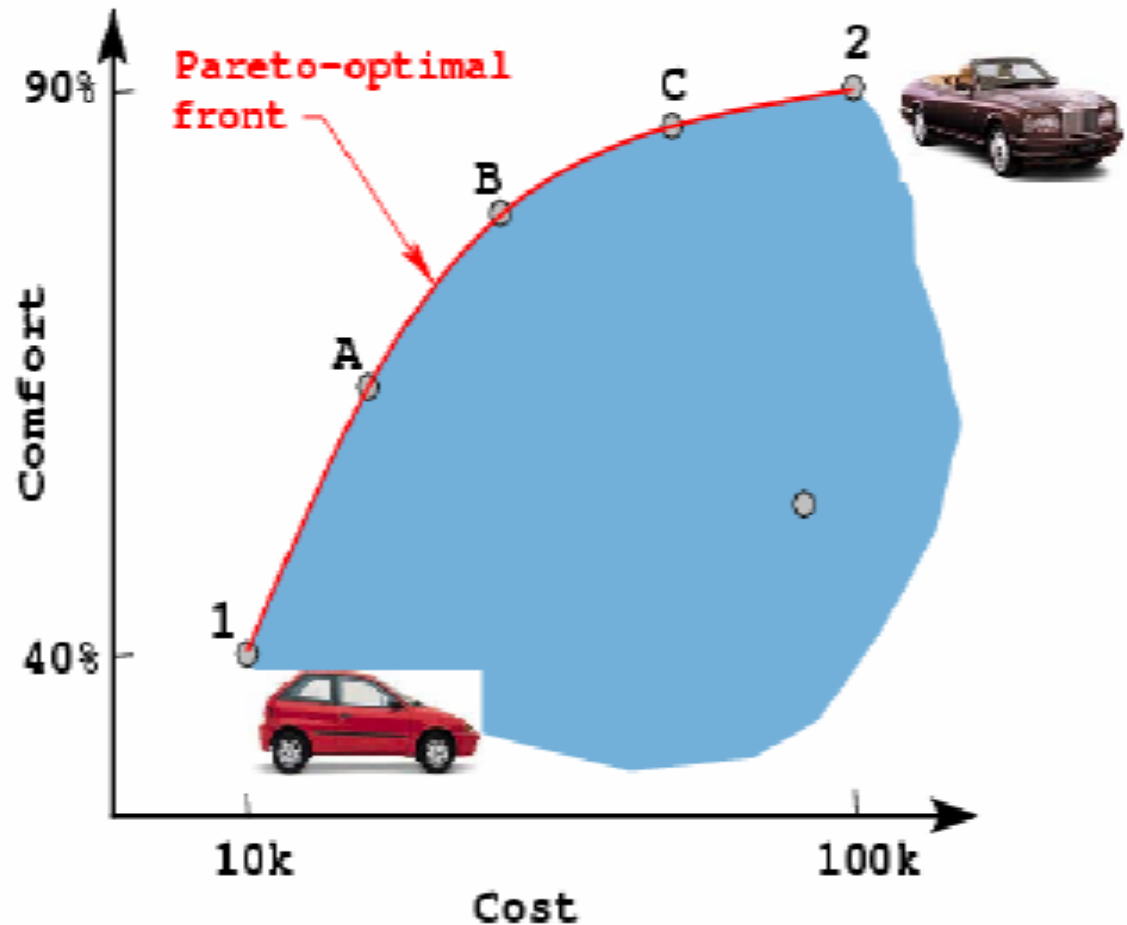
$$\text{Minimizar } Ras(x) = 20 + x_1^2 + x_2^2 - 10(\cos 2\pi x_1 + \cos 2\pi x_2)$$

Otimização – Múltiplos Objetivos

- Exemplo:

Multi-Objective
Optimization
Using
Evolutionary
Algorithms

Kalyanmoy Deb



Otimização – Múltiplos Objetivos

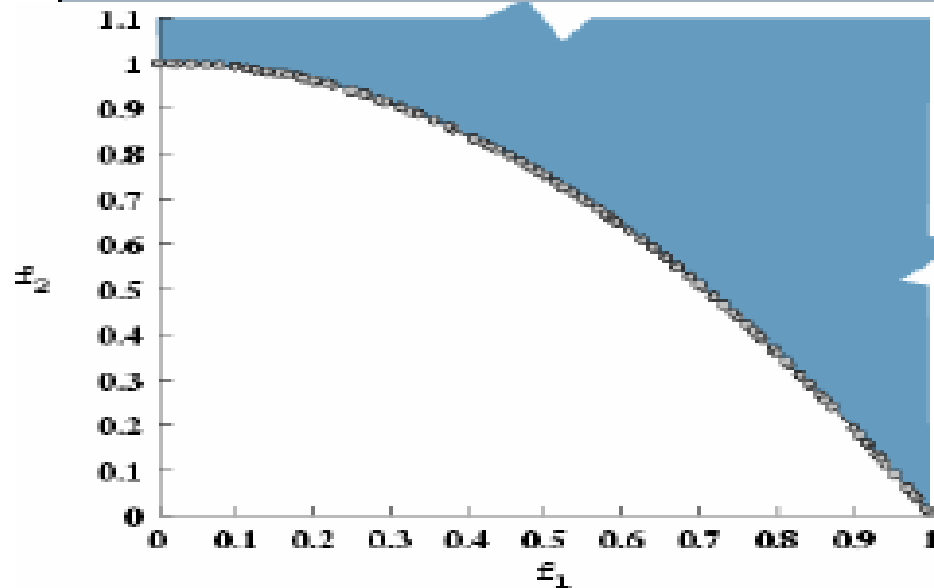
- Objetivos múltiplos e possivelmente conflitantes:
 - Decisões;
 - Estruturas.
- Diversas soluções plausíveis (Trade-offs).

Otimização – Múltiplos Objetivos

$$\text{(Min)} \quad f_1(x) = x_1$$

$$\text{(Min)} \quad f_2(x) = g \left[1 - \left(\frac{f_1}{g} \right)^2 \right]$$

$$\text{Where} \quad g(x) = 1 + \frac{9}{n-1} \sum_{i=2}^n x_i$$



Otimização – Múltiplos Objetivos

- Formalização:

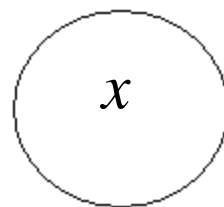
Min/Max $(f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_M(\mathbf{x}))$

Restrições $g_j(\mathbf{x}) \geq 0$

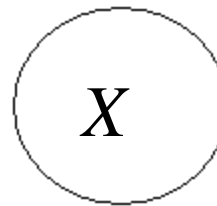
$h_k(\mathbf{x}) = 0$

$\mathbf{x}^{(L)} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{(U)}$

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$



Espaço de
Decisão



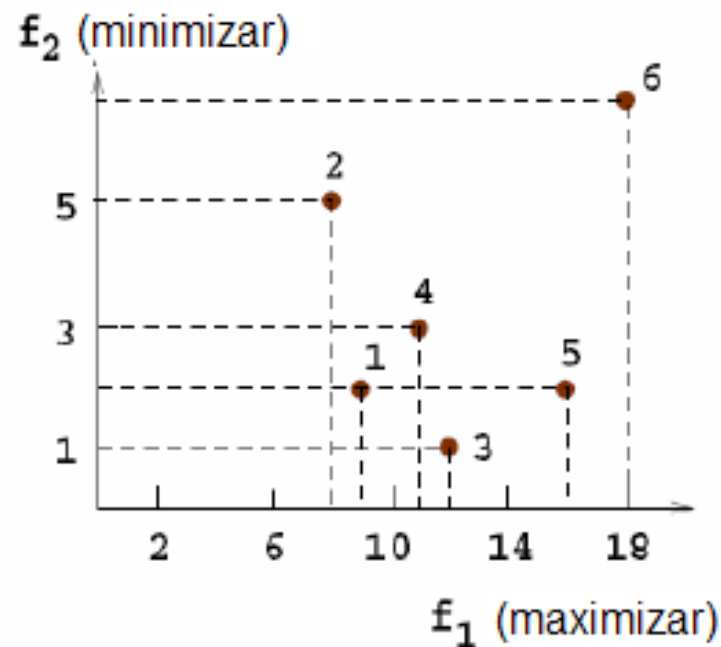
Espaço de
Busca

Otimização – Múltiplos Objetivos

- Procedimento “ideal” na otimização com múltiplos objetivos:
 - Encontrar soluções ótimas;
 - Encontrar soluções esparsas.
- Tomada de Decisão Multi-critério (*Multiple criterion decision-making* - MCDM)

Otimização – Múltiplos Objetivos

- Soluções ótimas são obrigatoriamente soluções não- dominadas:
- X domina Y se:
 - X não é pior que Y em todos os objetivos
 - X é melhor que Y em ao menos um objetivo



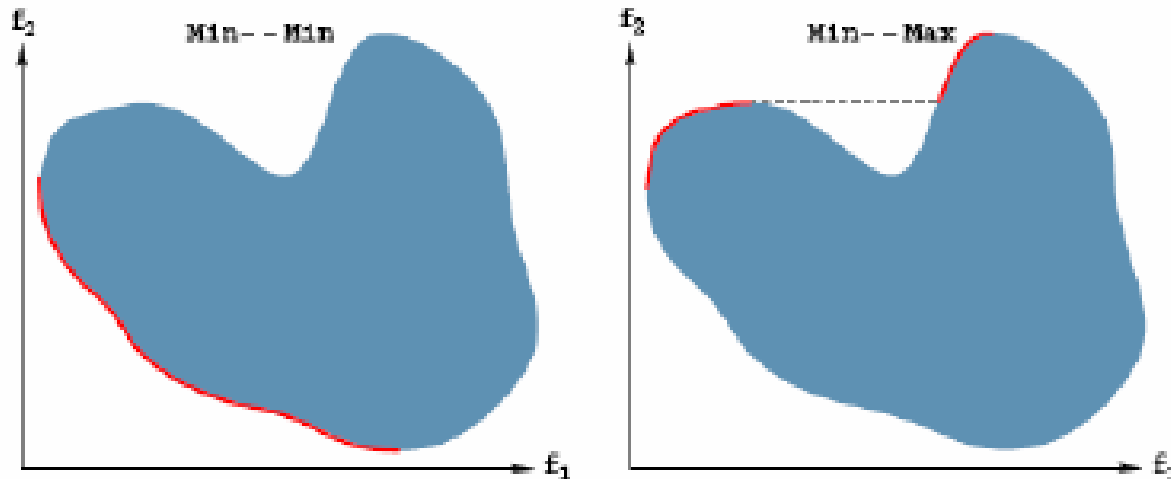
Otimização – Múltiplos Objetivos

- Pontos Ótimos de Pareto = Conjunto de todas as soluções não-dominadas do espaço.
- Formalização:

Um ponto x^ será ótimo de Pareto se e somente se não existe outro ponto x tal que $F(x) < F(x^*)$ e exista ao menos uma função objetivo tal que $f_i(x^*) < f_i(x)$*

Otimização – Múltiplos Objetivos

- Fronteira de Pareto = Curvas formadas pelo conjunto de pontos ótimos de Pareto.



Otimização – Múltiplos Objetivos

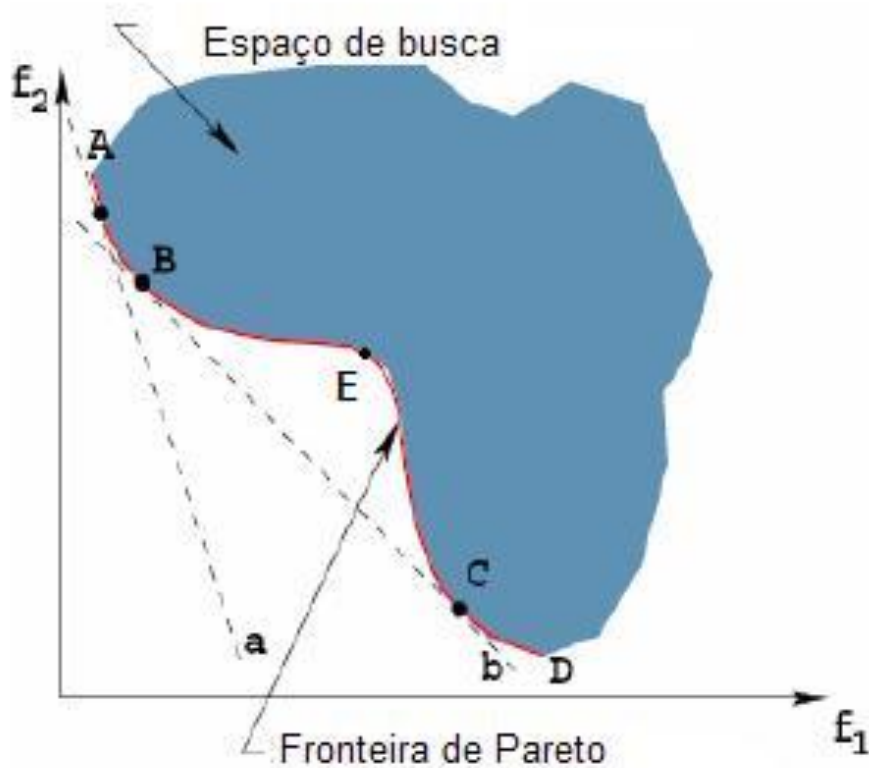
- Estratégia da otimização com múltiplos objetivos:
 - Encontrar um conjunto de soluções mais próximas da fronteira de Pareto;
 - Encontrar o conjunto de soluções mais diversas possível.

Geração de Soluções

- Métodos clássicos: Transformação do problema
 - Soma ponderada
 - E -constraint
- Métodos modernos: Populações
 - Algoritmos Genéticos
 - Teoria dos Jogos

Métodos Clássicos

- Soma Ponderada



Minimizar/Maximizar

$$F(x) = \sum_{m=1}^M W_m f_m(x),$$

Relativo às restrições

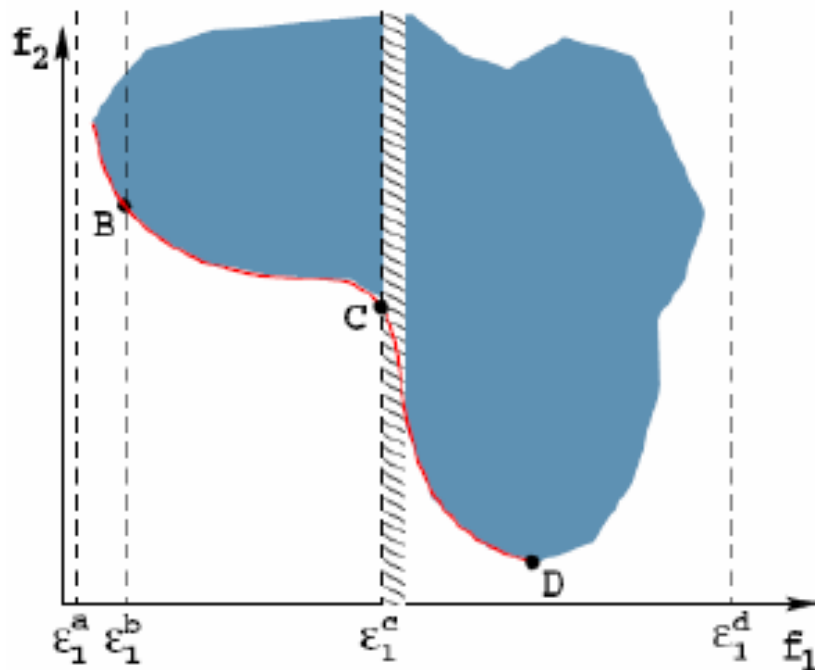
$$g_j(x) \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, J;$$

$$h_k(x) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K;$$

$$x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Métodos Clássicos

● *E-Constraint*



Minimizar/Maximizar

$$f_{\mu}(x)$$

Relativo às restrições

$$f_m(x) \leq \epsilon_m, \quad m = 1, 2, \dots, M \quad e \quad m \neq \mu$$

$$g_j(x) \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, J;$$

$$h_k(x) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K;$$

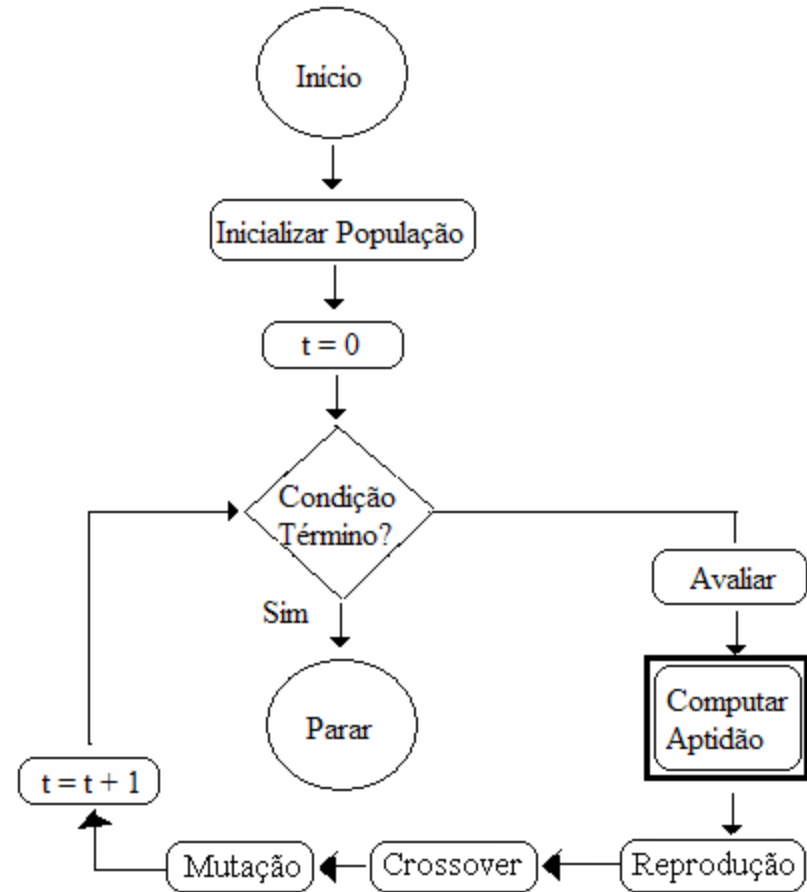
$$x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Otimização Evolucionária

- Computação Evolucionária: Abordagem inspirada no processo evolucionário aqui empregada para solucionar problemas de otimização. Ela considera:
 - Aptidão (indivíduos mais aptos);
 - Tentativa-e-erro (caráter estocástico);
 - Populações;
 - Operadores evolucionários (Seleção e Variação).

Otimização Evolucionária

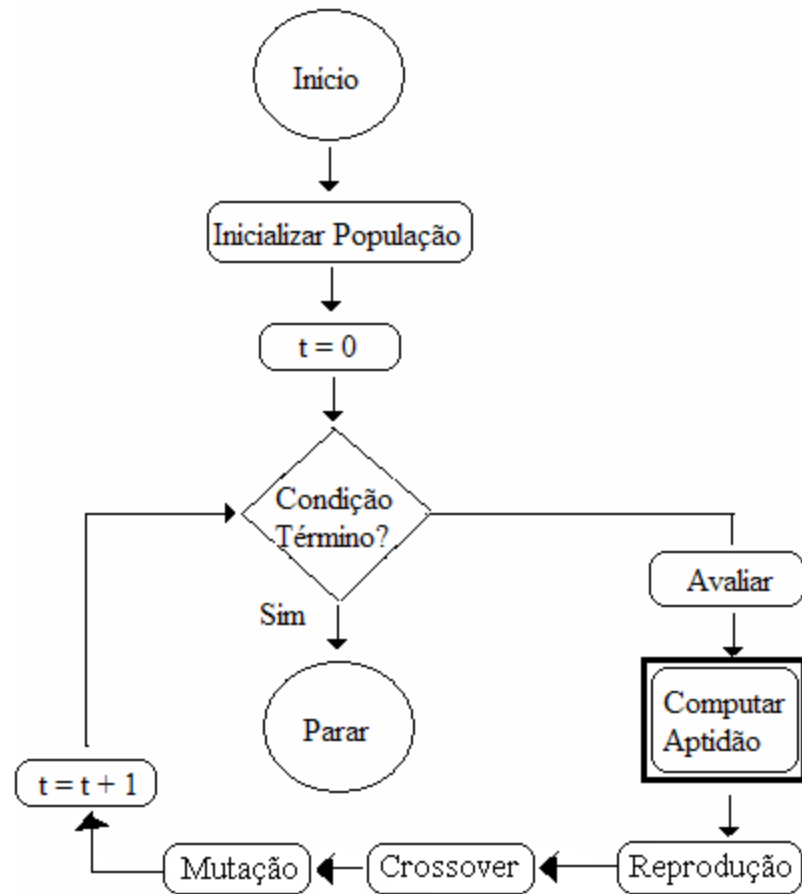
1. Representação
2. Inicialização
3. Função de aptidão
4. Seleção
5. Operadores genéticos



Otimização Evolucionária

6. Sobreviventes
(Próxima Geração)

7. Condição de término



Otimização Evolucionária

- Metas Genéricas de um MOEA
 - Meta 1: Preservação de pontos não-dominados (elitismo X não elitismo);
 - Meta 2: Progressão ou condução da fronteira do Pareto conhecida (FP_C) para a fronteira do Pareto verdadeira (FP_v);
 - Meta 3: Geração e manutenção de diversidade de pontos sobre a Fronteira do Pareto;
 - Meta 4: Entrega de número limitados do FP_C para o tomador de decisões.

Otimização Evolucionária

- Passos de Projeto do Procedimento Geral (meta-nível) de um MOEA
 - Passo 0: Defina o MOP
 - Função objetivo, representação, restrições, integração ao MOEA.
 - Passo 1: O MOEA gera a fronteira do Pareto (FP_C)
 - Determinação de conjuntos não-dominados (FP_{conh})s a cada geração, convergindo para próximo de FP_V , executada um número de vezes que permita atingir alguma métrica.
 - Passo 2: O MOEA busca gerar distribuição uniforme ao longo da fronteira do Pareto
 - Isto ocorre no final de cada geração.

Otimização Evolucionária

- Passos de Projeto do Procedimento Geral (meta-nível) de um MOEA (continuação)
 - Passo 3: Selecione alguns pontos ótimos na FP
 - Apresente estes pontos ao tomador de decisão.
 - Passo 4: Determine o conjunto de Pareto ótimo (FP_{conh})
 - Implemente valores de variáveis de decisão como selecionado pelo tomador de decisões.
 - Passo 5: Visualize o processamento do algoritmo e seus resultados como apropriado para melhorar desempenho do MOEA
 - Considere eficiência e efetividade.

Otimização Evolucionária

- Operadores dos MOEAs organizados para atingir seus 4 objetivos primários:
 - Meta 1: Preservação de pontos não-dominados
 - Ordenamento baseado em dominância;
 - Abordagens Não-Pareto X Pareto;
 - Arquivamento e elitismo da população de cromossomos.
 - Meta 2: Progressão para FP_v
 - Convergência para FP_v ;
 - Geração de pontos fenótipos não-dominados;
 - Manipulação de blocos construtivos explícita X Não-implícita;
 - Métricas de desempenho qualitativo X quantitativo e comparações visuais;
 - Modelos MOEA probabilísticos, incorporação de busca local, etc.

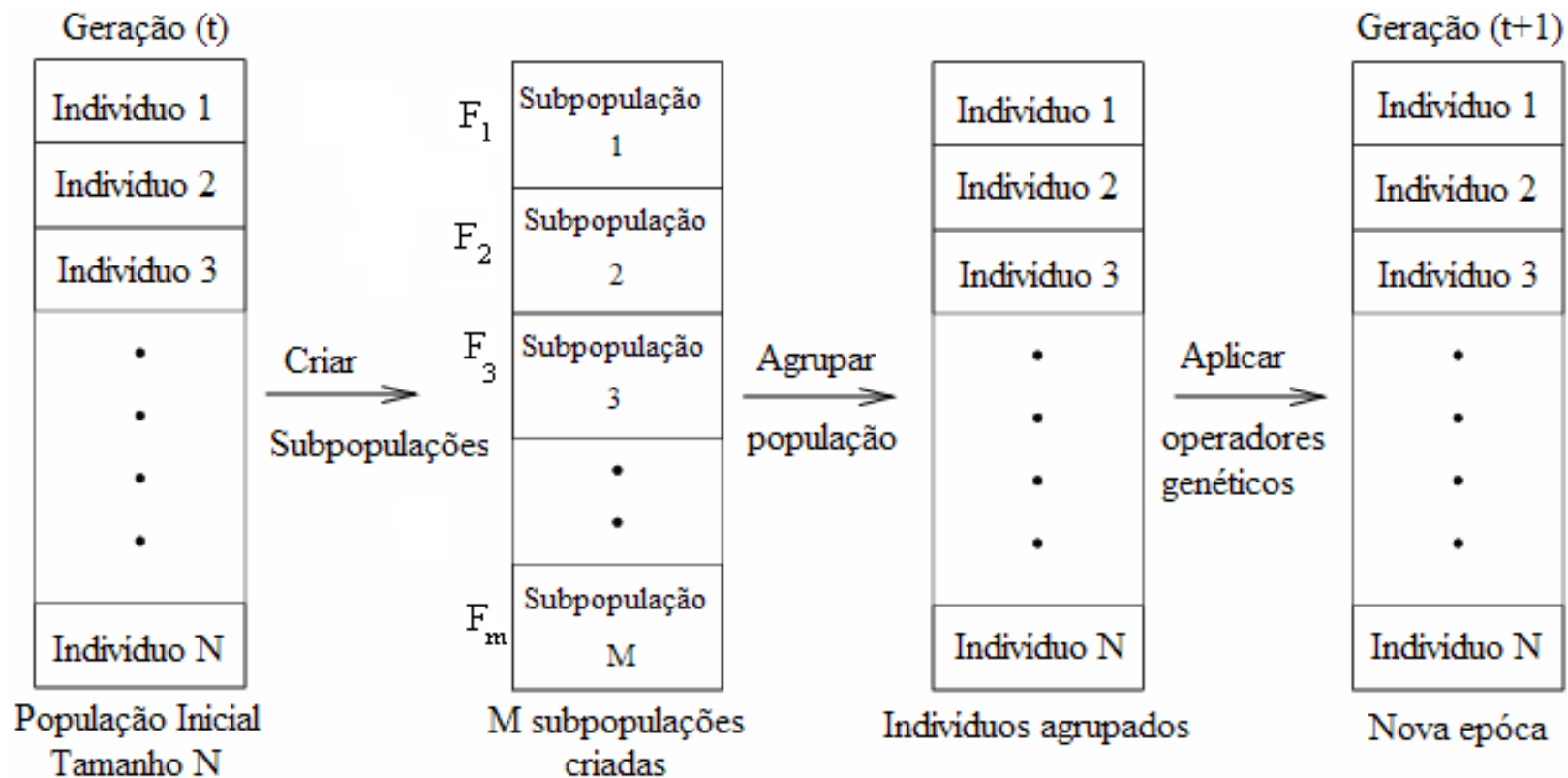
Otimização Evolucionária

- Operadores dos MOEAs organizados para atingir seus 4 objetivos primários (cont):
 - Manutenção de diversidade nos pontos do FP_{conh}
 - Preservação de diversidade;
 - Emprego de nichos e compartilhamento de aptidões a engatinhar na fronteira do Pareto;
 - Pontos diversos, uniformemente distribuídos no FP_{conh} .
 - Meta 4: Disponibilização de um número limitado de pontos do Pareto para o tomador de decisões.

Otimização Evolucionária

- VEGA – Vector Evaluated Genetic Algorithm
 - David Schaffer (1984) – PhD thesis.
 - Pioneiro.
 - Não utiliza conceitos relacionados a ótimos de Pareto.
 - Divide população em blocos.
 - Cada bloco é reproduzido com uma função objetivo.

Otimização Evolucionária



Otimização Evolucionária

- VEGA
 - VANTAGENS
 - Intuitivo
 - DESVANTAGENS
 - Soluções tendenciosas

Otimização Evolucionária

- MOGA - Multi-Objective Genetic Algorithm (1993)
 - Carlos Fonseca e Peter J. Fleming (1993).
 - Pioneiro
 - Soluções não-dominadas.
 - Gera ranking de soluções.
 - Não garante diversidade.

Otimização Evolucionária

- Para cada solução em uma dada geração:
 - Calcule o número de soluções que dominam a solução considerada;
 - Determine o rank de acordo com este cálculo.
- Organize a população de acordo com um rank

$$r_i = 1 + n_i$$

- Ordene em ordem crescente.
- Assinale aptidão a cada indivíduo através de interpolação do melhor (rank 1) para o pior (último rank)

Otimização Evolucionária

- **MOGA**

- **VANTAGENS**

- Intuitivo.
- Encontra várias soluções não-dominadas.

- **DESVANTAGENS**

- Não garante diversidade.
- Computacionalmente custoso.

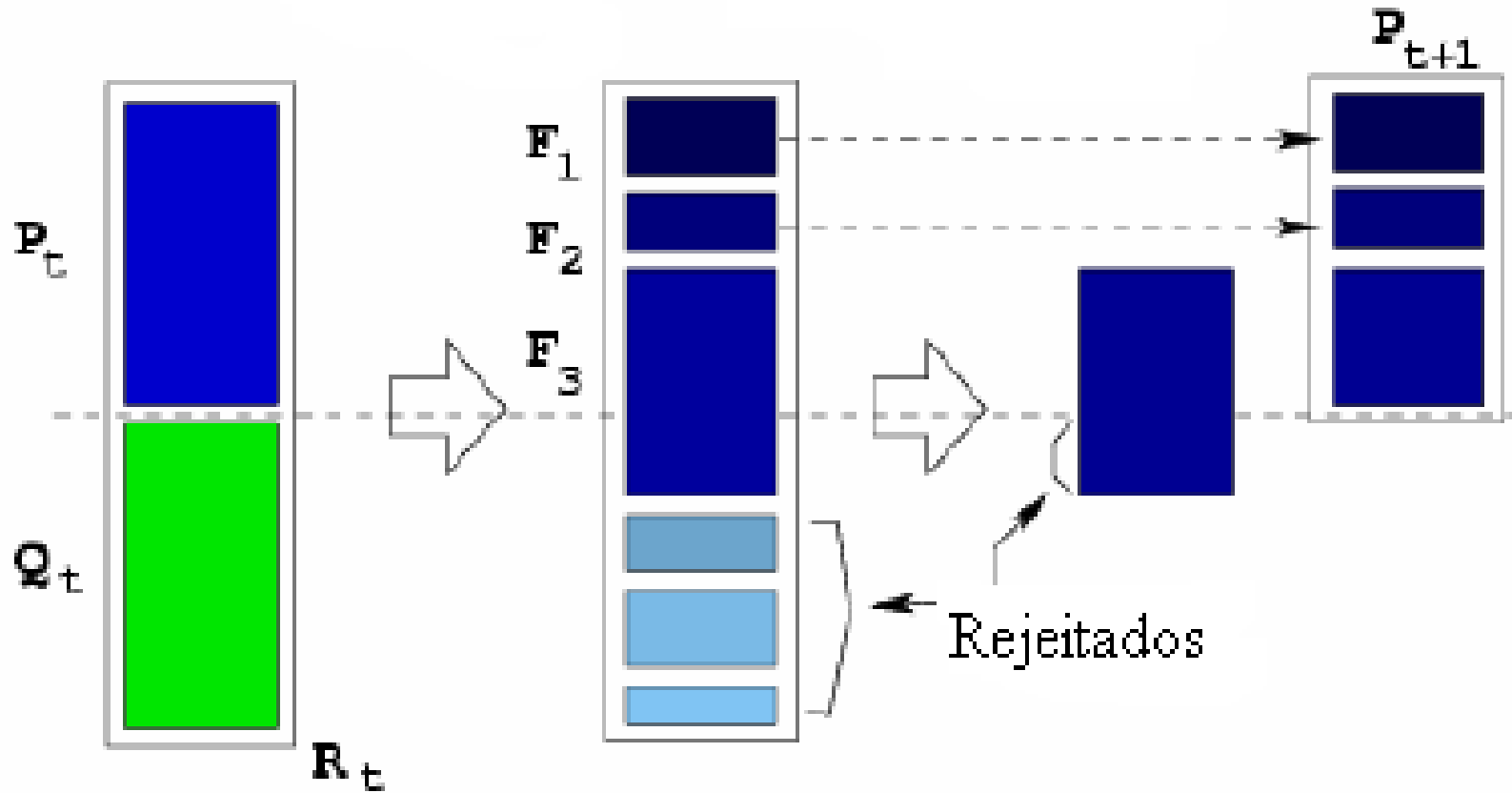
Otimização Evolucionária

- NSGA-II – Elitist Nondominated Sorting Genetic Algorithm
 - Seguiu o NSGA de Srinivas e Deb (1994).
 - Deb et al. propuseram o NSGA-II (2000, 2002).
 - Operador de seleção favorece elitismo.
 - Preserva diversidade por compartilhamento de aptidão (fitness sharing).
 - Aptidão baseada em ordenamento (ranking).

Otimização Evolucionária

- Combina conjuntos de pais (P_t) e filhos (Q_t)
 - Considera grupos de soluções com ranks melhores $F_1 > F_2 > F_3 > \dots$
- Cria ranking
 - Baseado em dominância.
 - Ordena as soluções de acordo com este rank.
 - Rejeita soluções com rank mais baixo.
- Seleciona N melhores soluções.

Otimização Evolucionária



Métricas

- Comparar algoritmos
 - Diversidade
 - Spacing
 - Spread

Métricas - Diversidade

- Spacing
 - Distribuição
 - Não considera extensão

$$S = \sqrt{\frac{1}{|Q|} \sum_{i=1}^{|Q|} (d_i - \bar{d})^2}$$

$$d_i = \min_{k \in Q \wedge k \neq i} \sum_{m=1}^M |f_m^i - f_m^k| \quad \bar{d} = \sum_{i=1}^{|Q|} \frac{d_i}{|Q|}$$

Métricas - Diversidade

- Spread

$$\Delta = \frac{\sum_{m=1}^M d_m^e + \sum_{i=1}^{|Q|} |d_i - \bar{d}|}{\sum_{m=1}^M d_m^e + |Q| \bar{d}}$$

- d_m^e = Distância entre extremos de Q e P*
- d_i = Menor distância entre soluções

Softwares & Frameworks

- JMetal
- PISA
- KEA
- GUIMOO

Softwares & Frameworks

- JMetal – Metaheuristic Algorithms in Java
 - Facilidade e reuso
 - NSGA-II, SPEA-II, PAES, AbYSS ...
 - ZT1-ZT6
 - Representação binária, real, permutação, real codificado em binário
 - Open e Free

Softwares & Frameworks

- PISA

- Dois módulos como programas independentes:
 - Específico ao problema (representação)
 - Específico ao algoritmo (seleção, aptidão)
- Poucos algoritmos
 - NSGA-II, SPEA2
- Muitos problemas
 - ZT1-ZT6, caixeiro-viajante
- C/C++

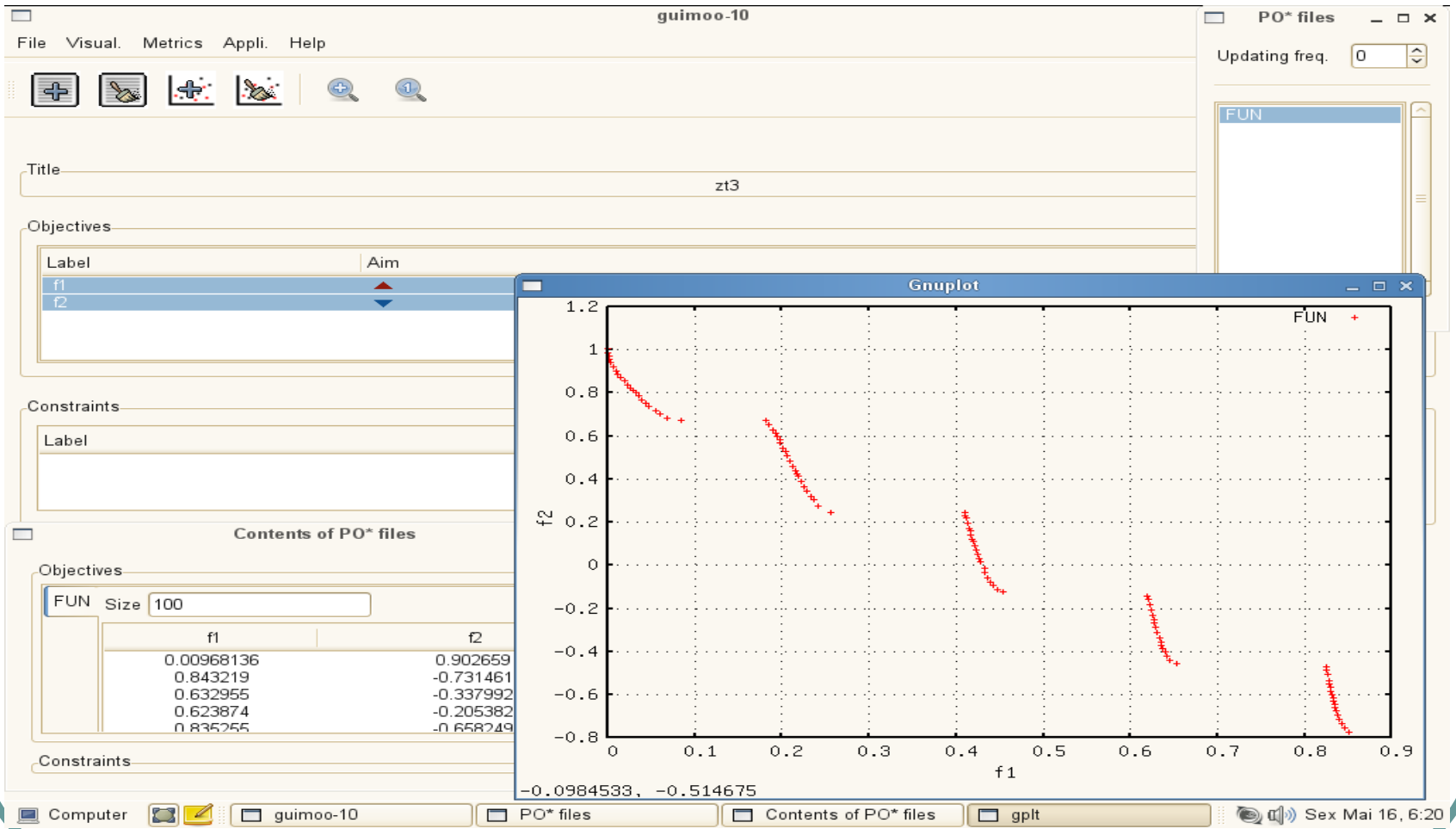
Softwares & Frameworks

- KEA – Kit for Evolutionary Algorithms
 - Java (interface em c++)
 - Interface gráfica (vários bugs)
 - <http://ls11-www.cs.uni-dortmund.de/people/schmitt/Daten/Kea/kea.jsp>
- Visualização em tempo real
 - GNUPlot
- Vários problemas e algoritmos implementados

Softwares & Frameworks

- Guimoo – Graphical User Interface for Multi-Objective Optimization
 - Análise de resultados
 - Métricas
 - R-metics
 - Entropia
 - Hypervolume

Softwares & Frameworks



Conclusões & Trabalhos Futuros

- AG como melhor técnica para solução de MOOP
 - Não-dominância
 - Diversidade (*fitness sharing*)
 - Elitismo
- Novas formas de elitismo em MOEA
- Novas funções *fitness sharing*
- Otimização com objetivos múltiplos para PROBLEMAS DINÂMICOS

Referências

- Livros

- Evolutionary Algorithms in Solving Multi-Objective Problems – Coello Coello
- Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms – Kalyanmoy Deb
- Introduction to Evolutionary Computing – A. E. Eiben, J. E. Smith

- Artigos

- Genetic algorithms with sharing for multimodal function optimization – Goldberg
- On finding the maxima of a set of vector – H. T. Kung, F. Luccio, F. P. Preparata