

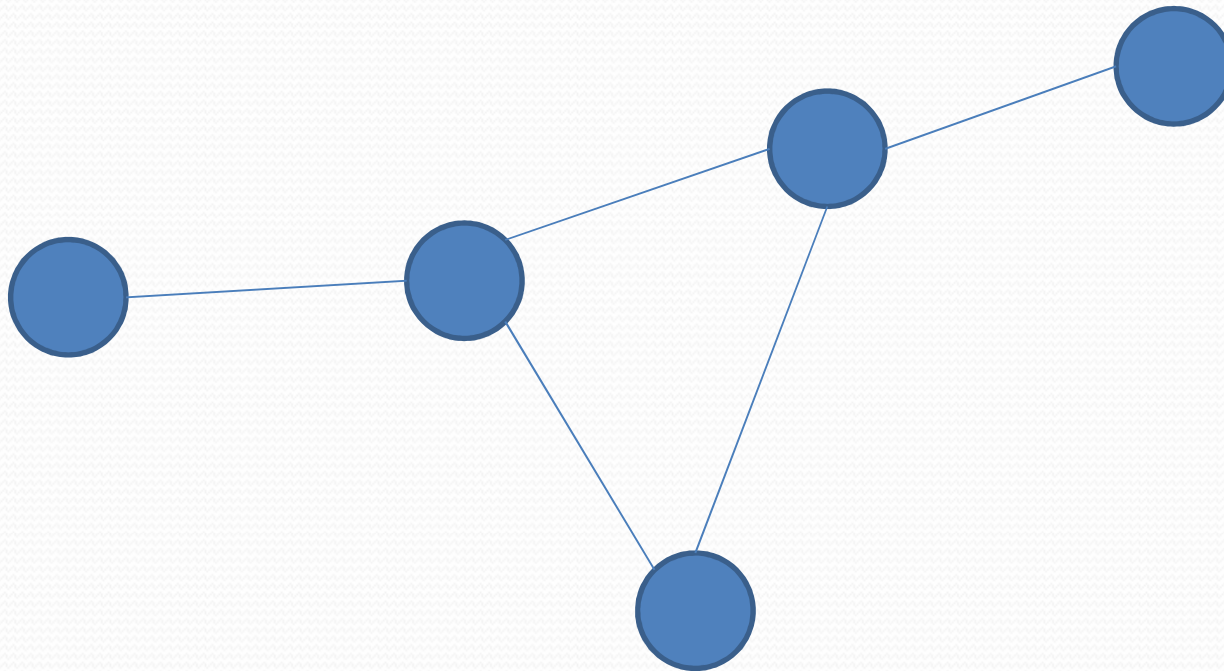
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Departamento de Estatística e Informática

Redes Complexas e Aplicações na Informática

Prof. Dr. Catão Temístocles de Freitas Barbosa

Redes Complexas

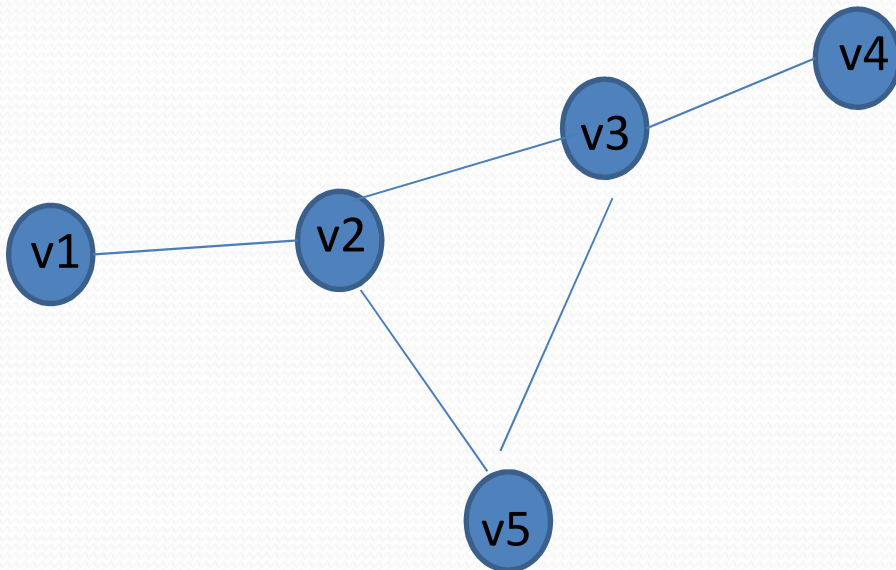
• Rede = conjunto de itens (vértices ou nós) com conexões (arestas ou links) entre si



Redes Complexas

- Representação Matemática

• Grafos: $G(V,E)$



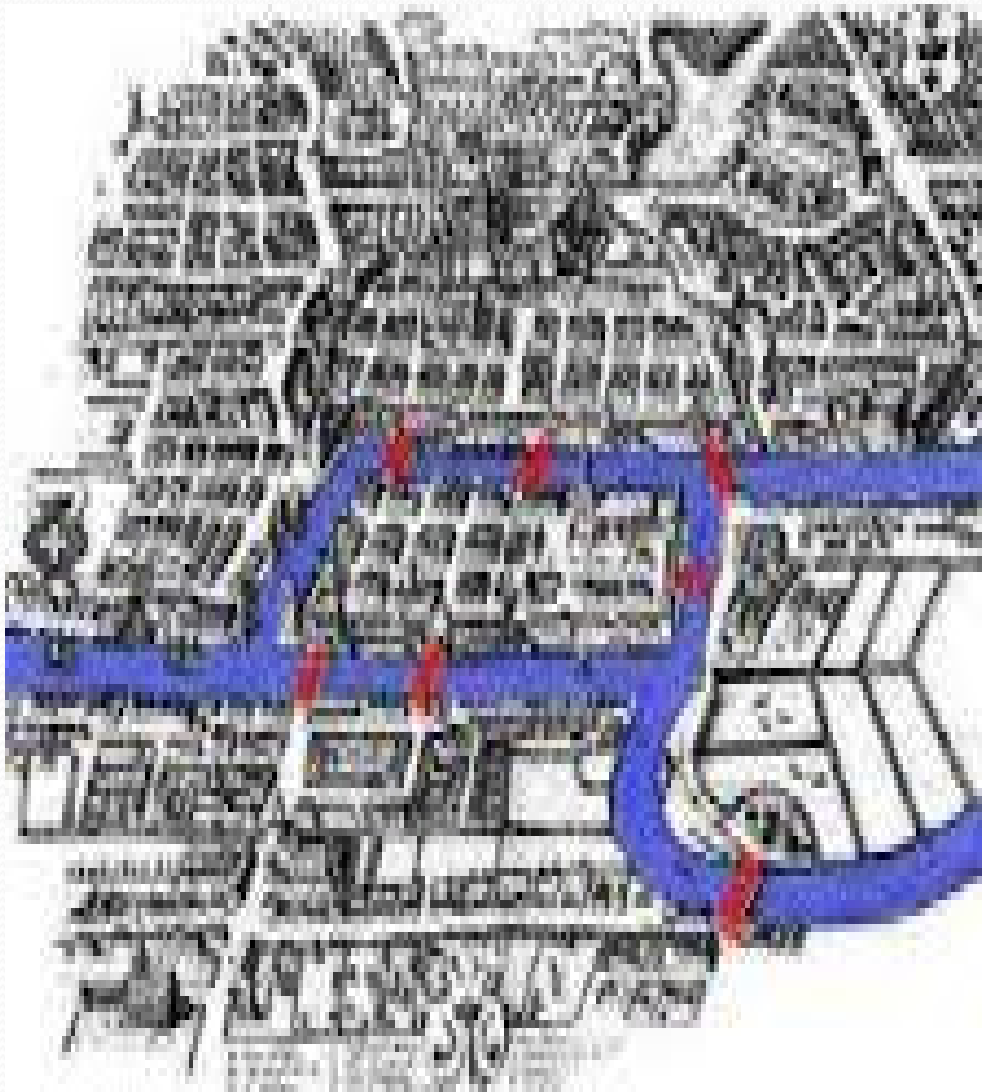
Vértices:

$$V = \{v1, v2, v3, v4, v5\}$$

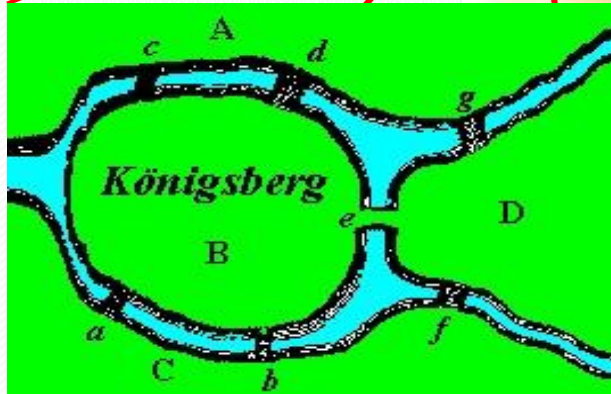
Arestas

$$E = \{(v1, v2), (v2, v3), (v2, v5), (v3, v4), (v3, v5)\}$$

Um pouco da história de Teoria de Grafos

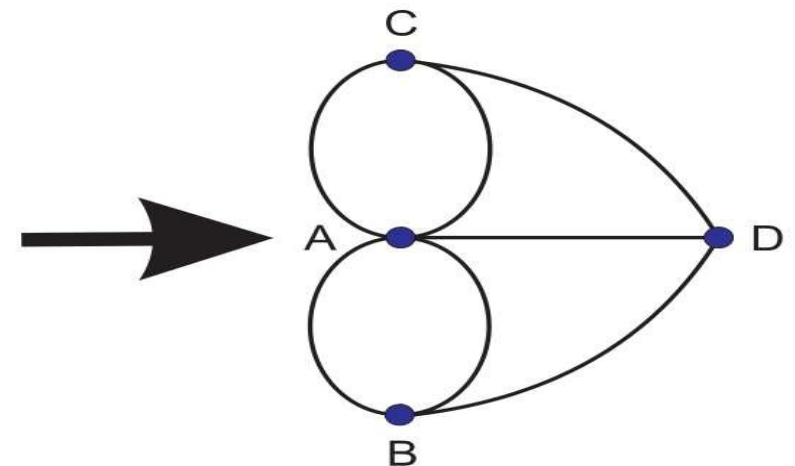
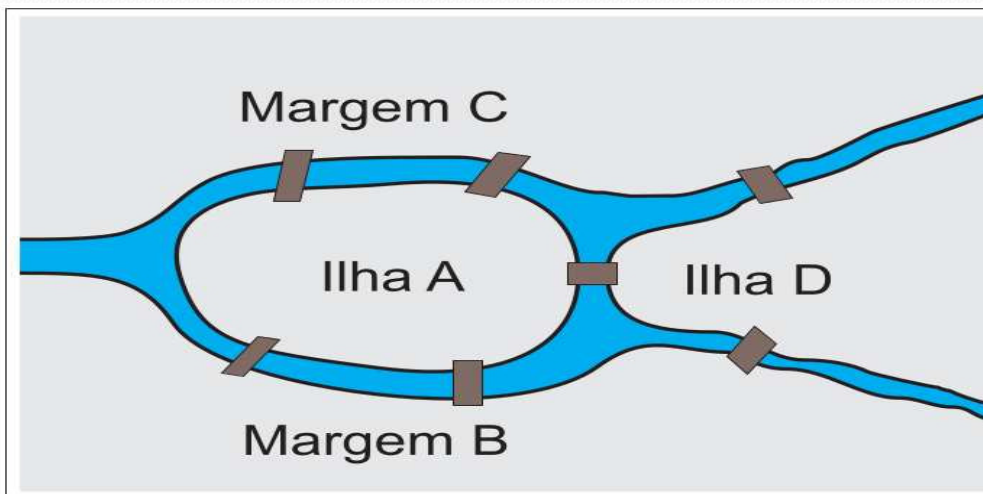


- Tudo começou no século XVIII, na cidade medieval de Königsberg, situada no leste europeu.
- Königsberg é banhada pelo rio Pregel, que a divide em quatro áreas de terra ligadas umas às outras por sete pontes, as famosas “sete pontes de Königsberg”.



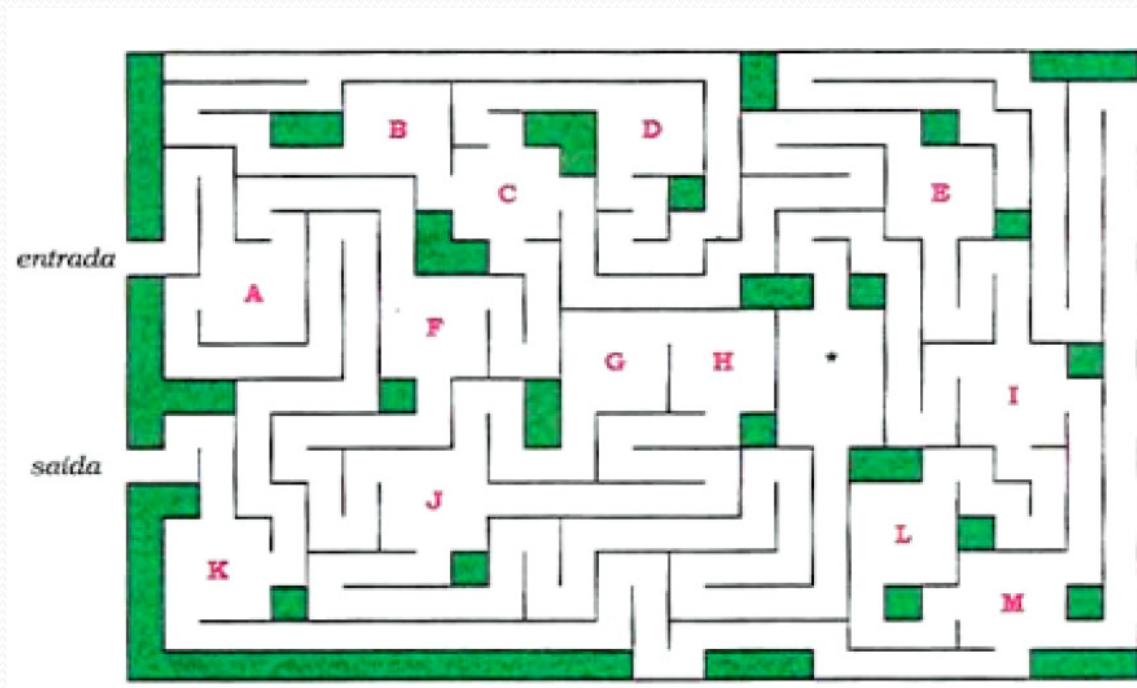
Durante muito tempo, os habitantes daquela cidade perguntavam-se se era possível cruzar as sete pontes numa caminhada contínua, sem que se passasse duas vezes por qualquer uma delas.

Leonhard Euler estudou este problema em 1736 e a partir daí, desenvolveu toda a teoria que é hoje utilizada nas mais diversas áreas que envolvem tarefas: a Teoria de Grafos.

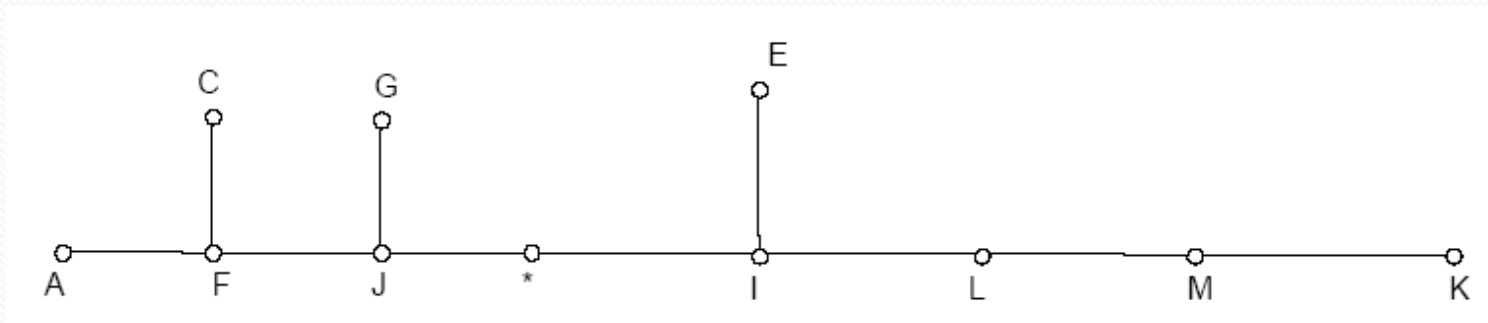


Exemplo:

Encontre o caminho até ao centro representado por *, e a respectiva saída.



Resolução:



Tipos de Redes

- Redes Tecnológicas

- E.g., Internet, redes de transporte, redes de distribuição

- Redes Informacionais

- E.g., WWW, redes de citação, redes de preferência

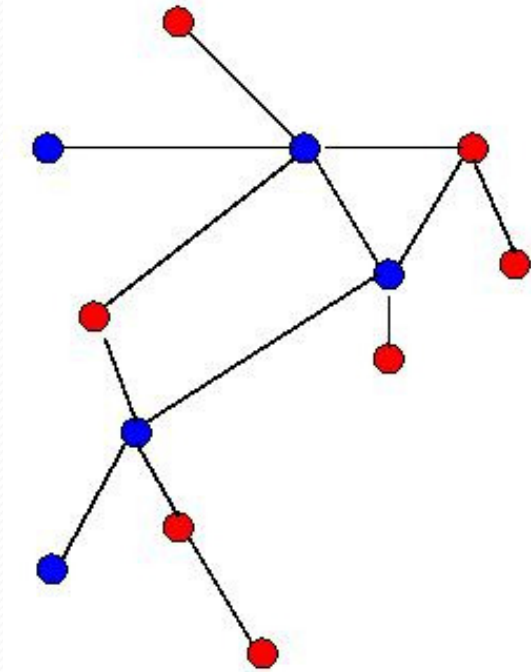
- Redes Sociais

- E.g., Redes de amizade, redes de colaboração, redes de contato sexual

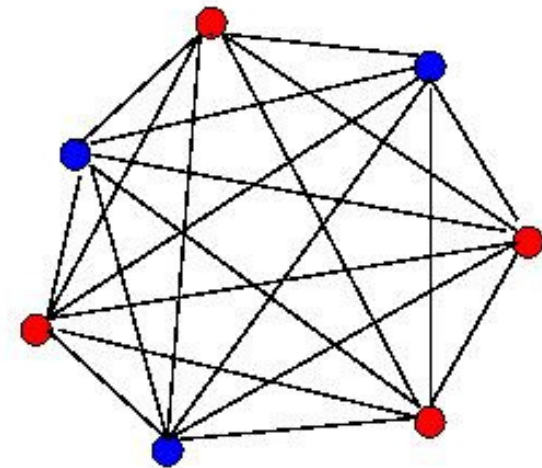
- Redes Biológicas

- E.g., redes metabólicas, redes regulatórias de genes, cadeia alimentar

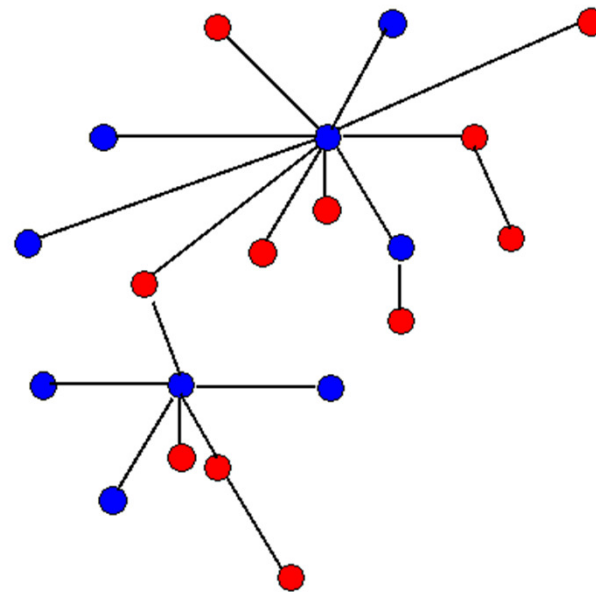
Modelos de Redes complexas



aleatórias



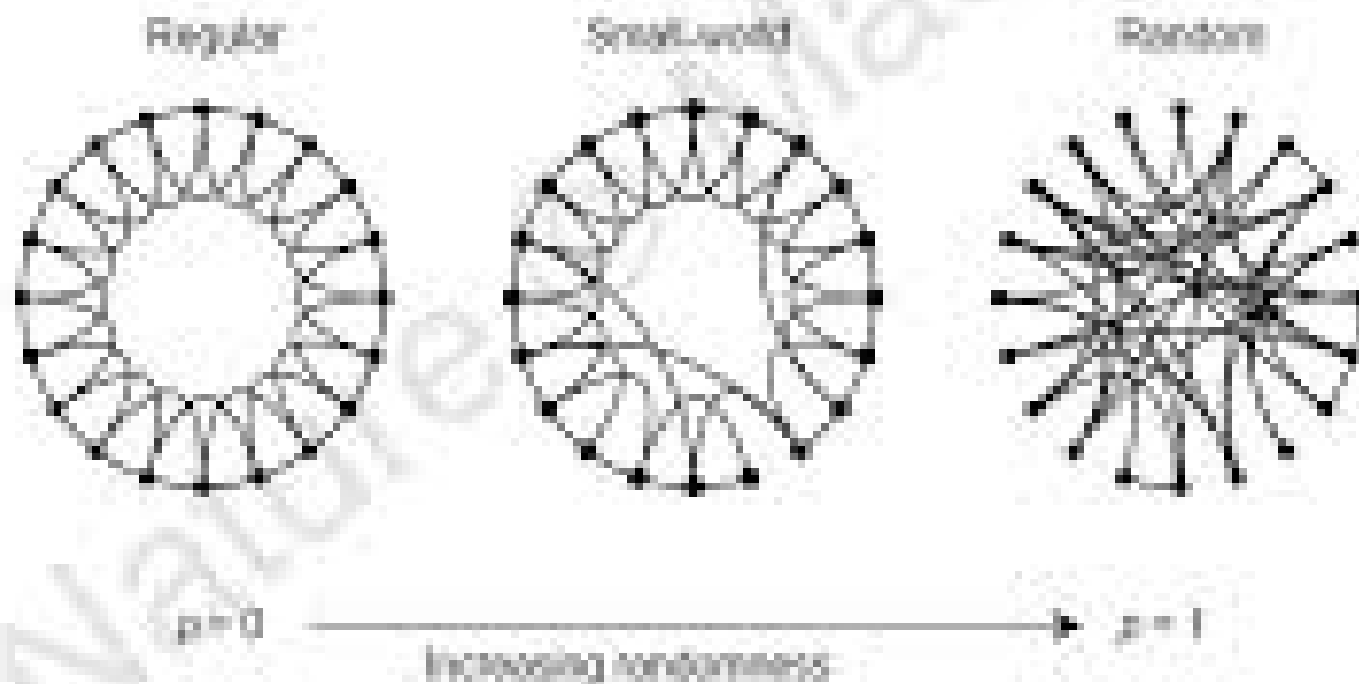
totalmente conexas

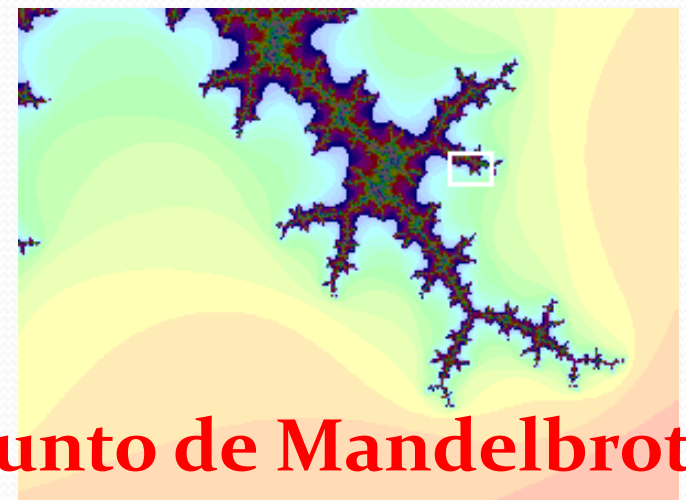
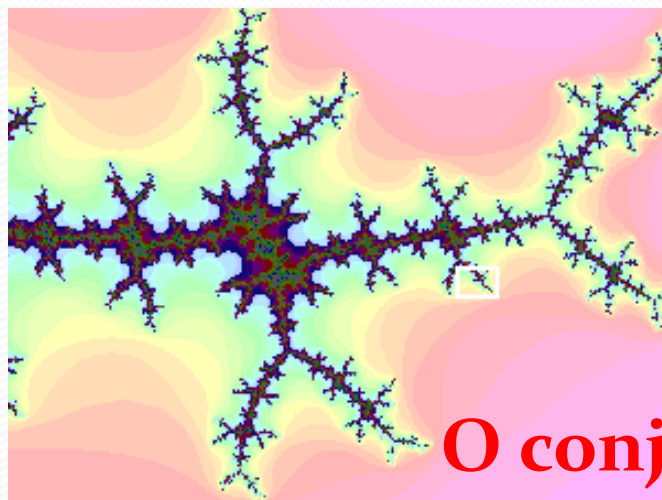
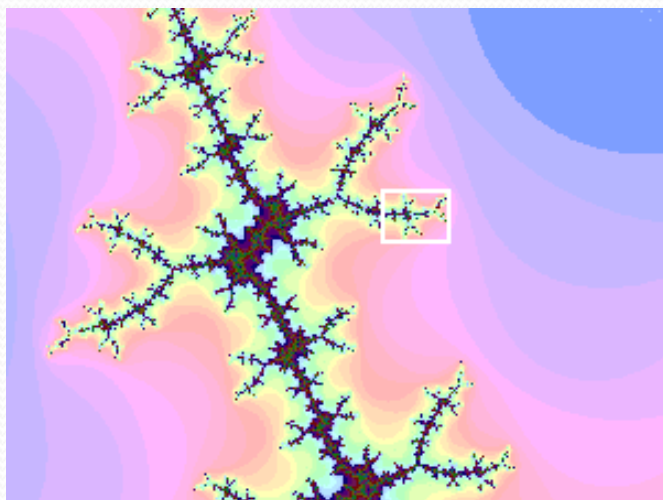
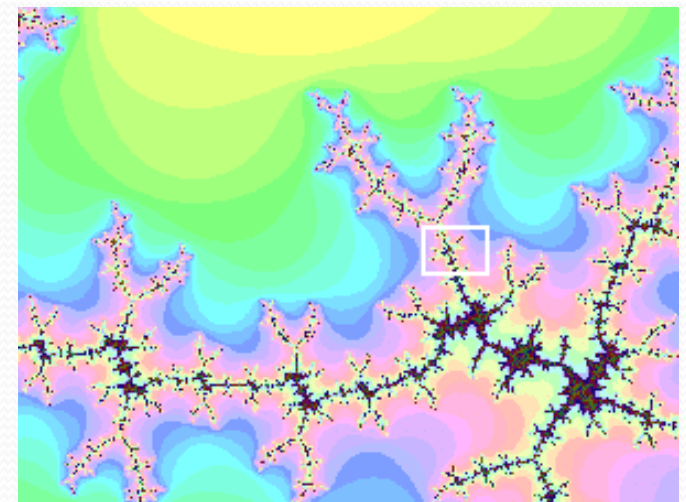
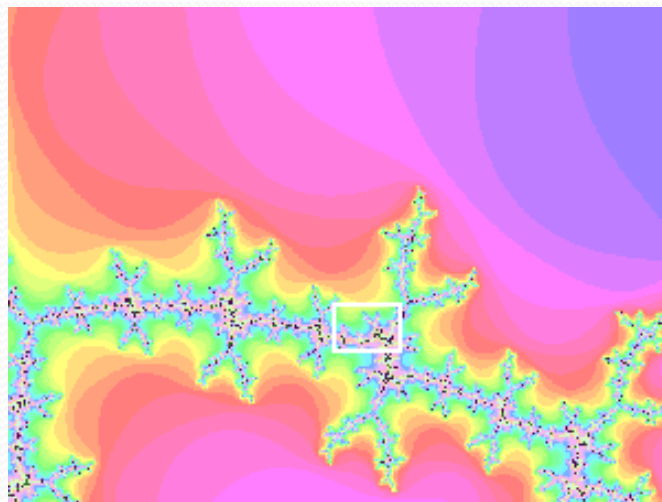
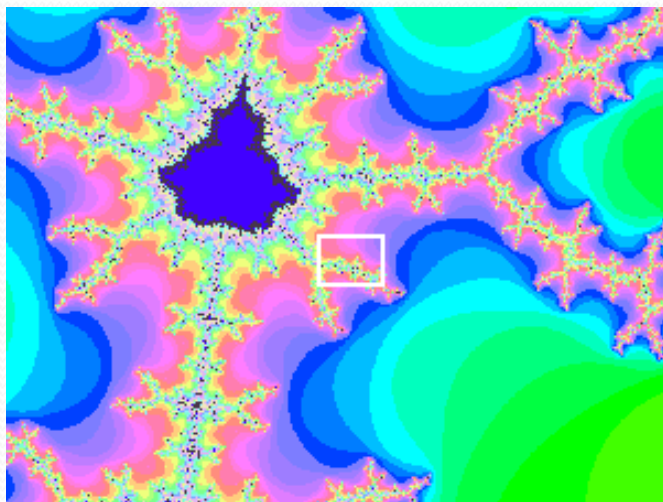
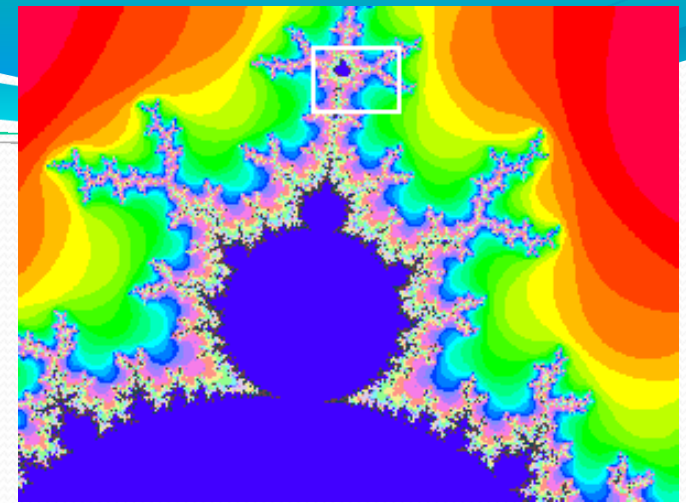
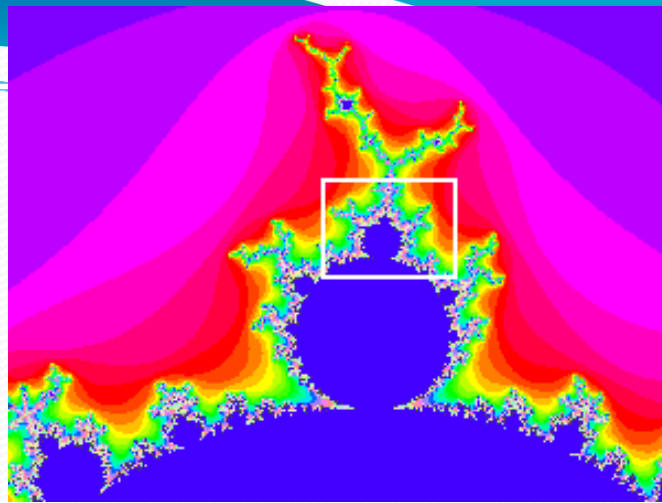
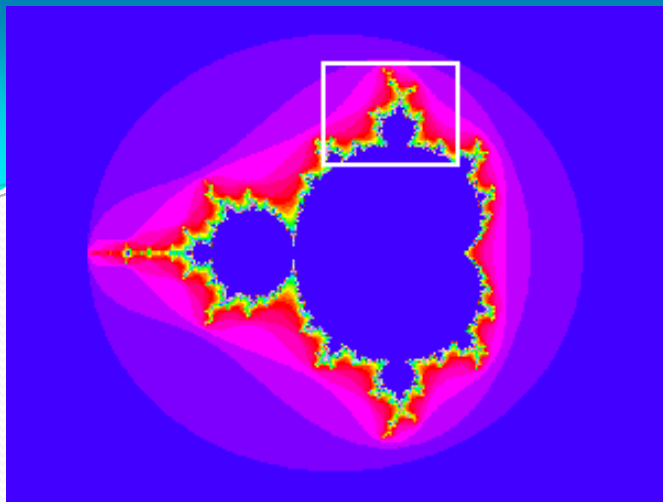


livres de escala

Modelo de Mundo Pequeno

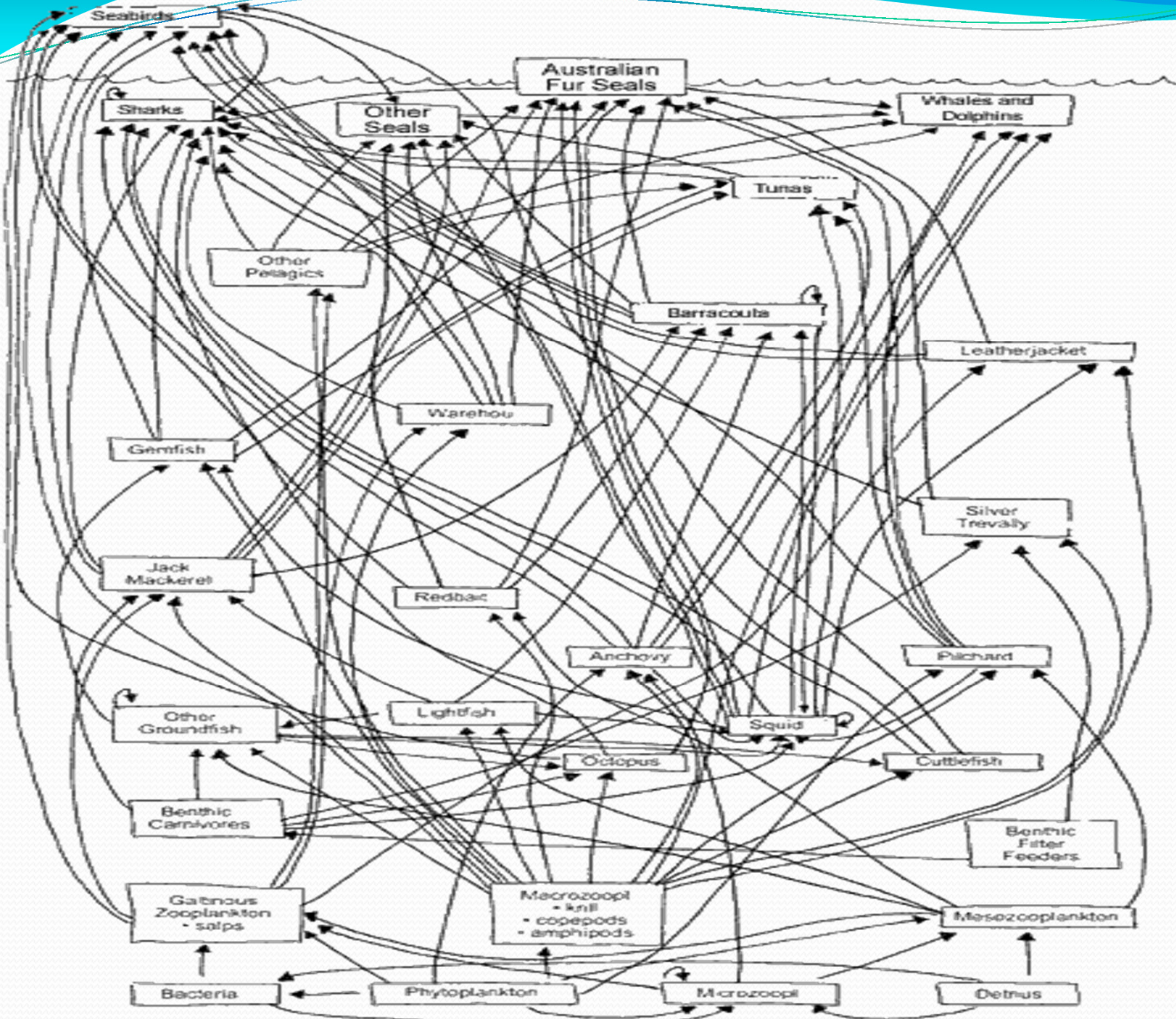
- Meio termo entre redes regulares e redes aleatórias





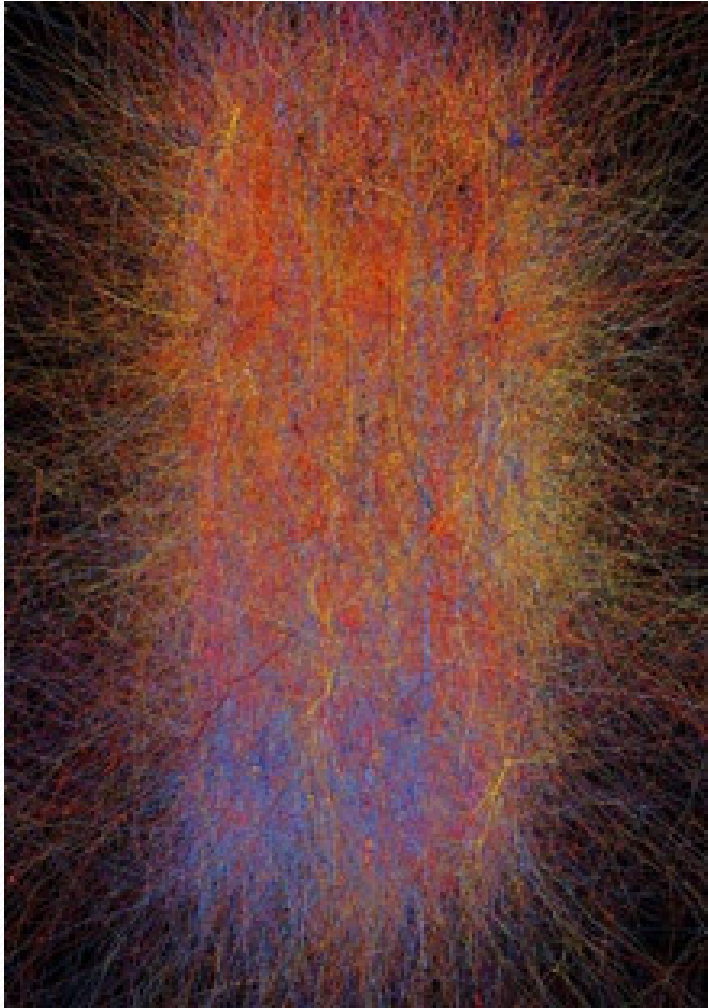
O conjunto de Mandelbrot

Redes Complexas

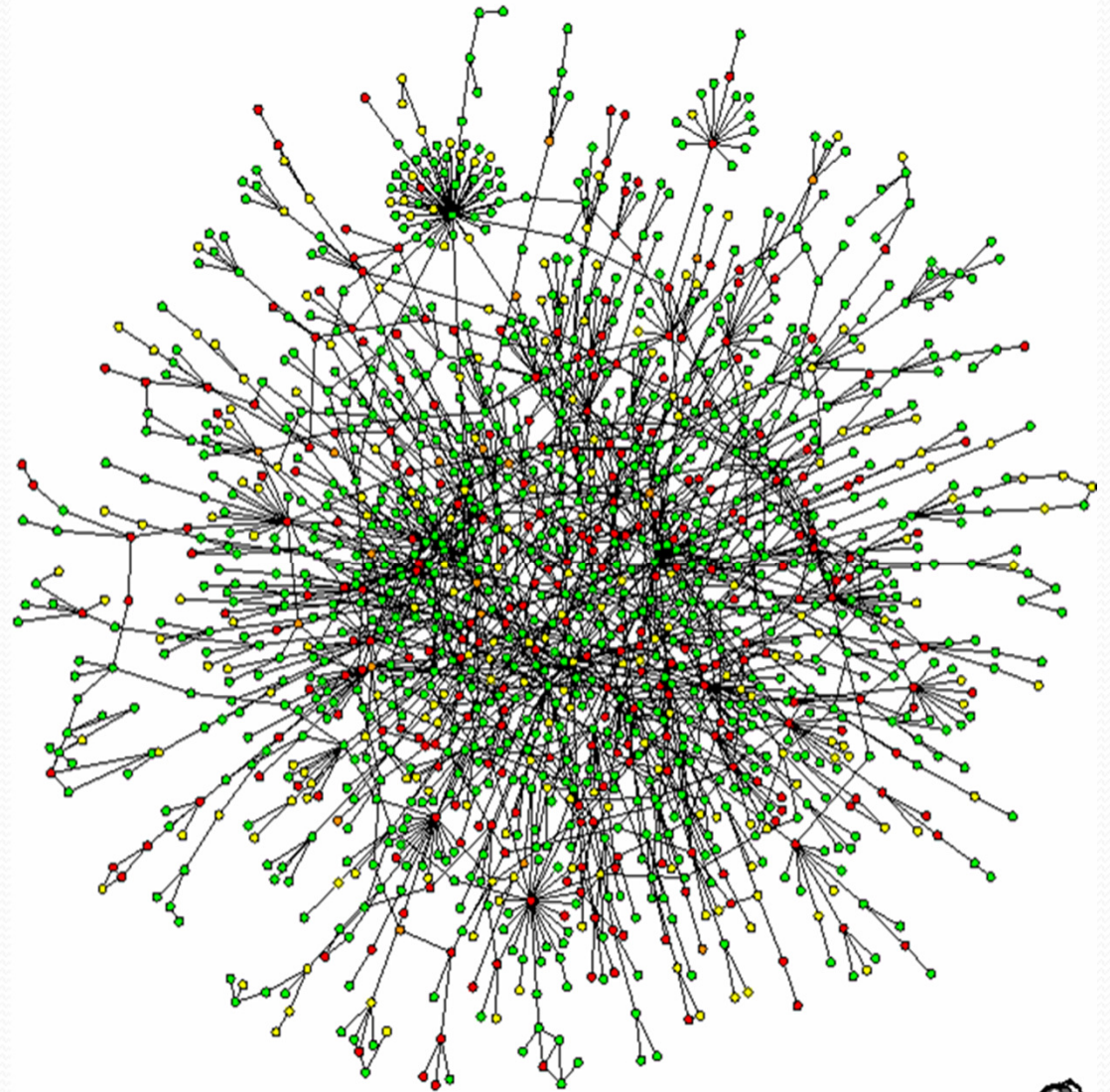


Cadeia
alimentar

Redes Complexas

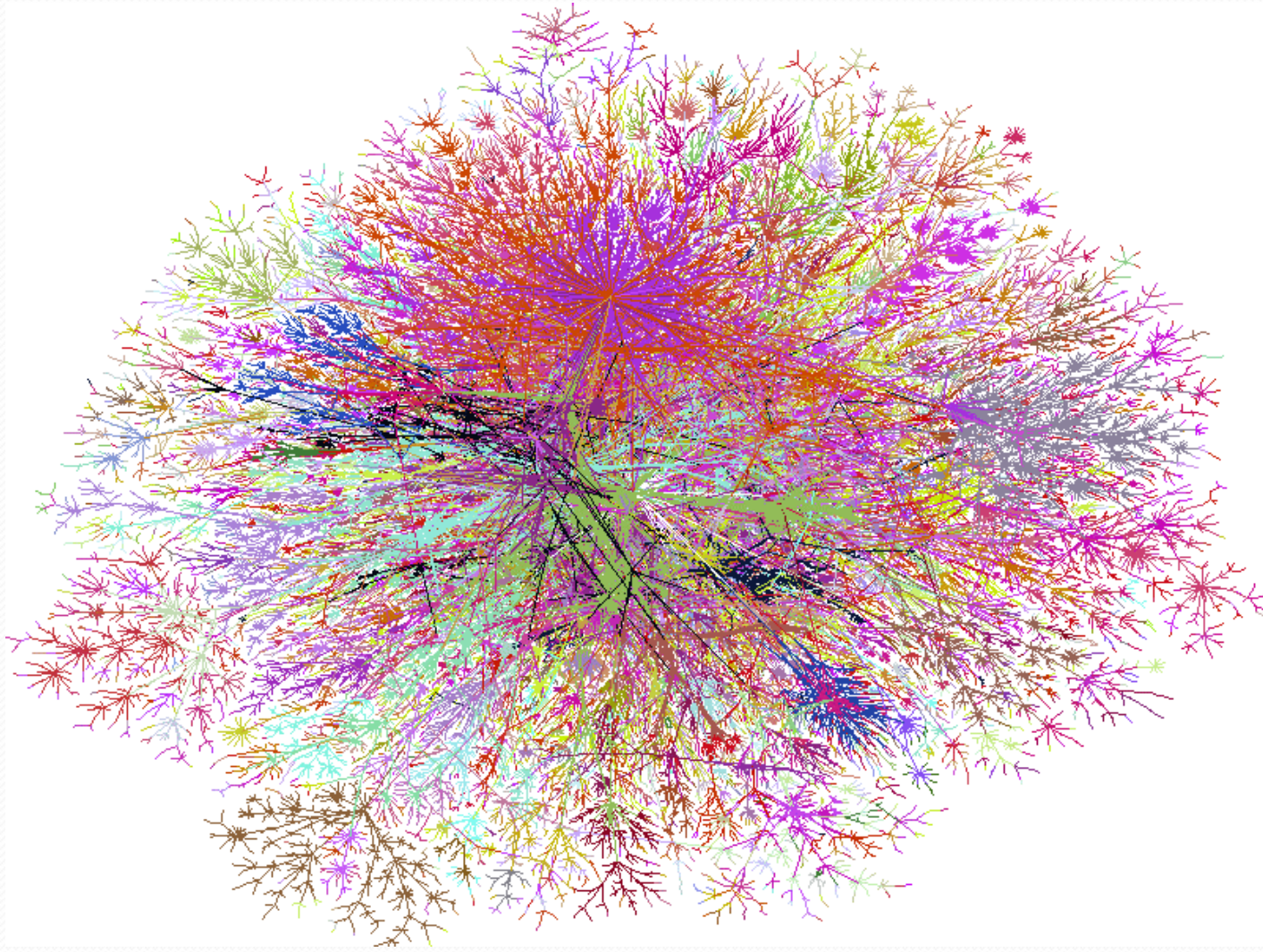


10000 neurônios em
uma coluna
neocortical



proteoma

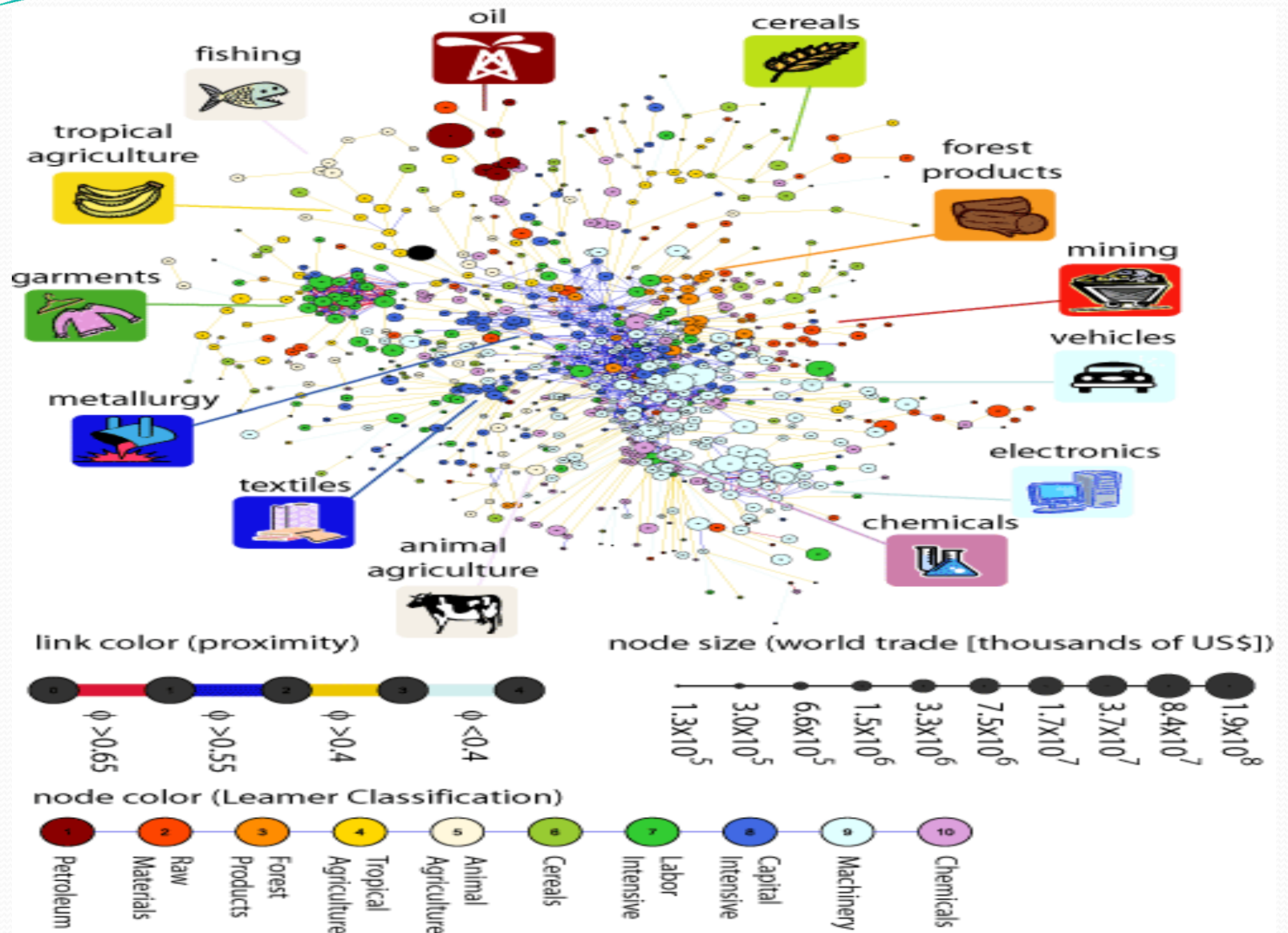
Redes Complexas



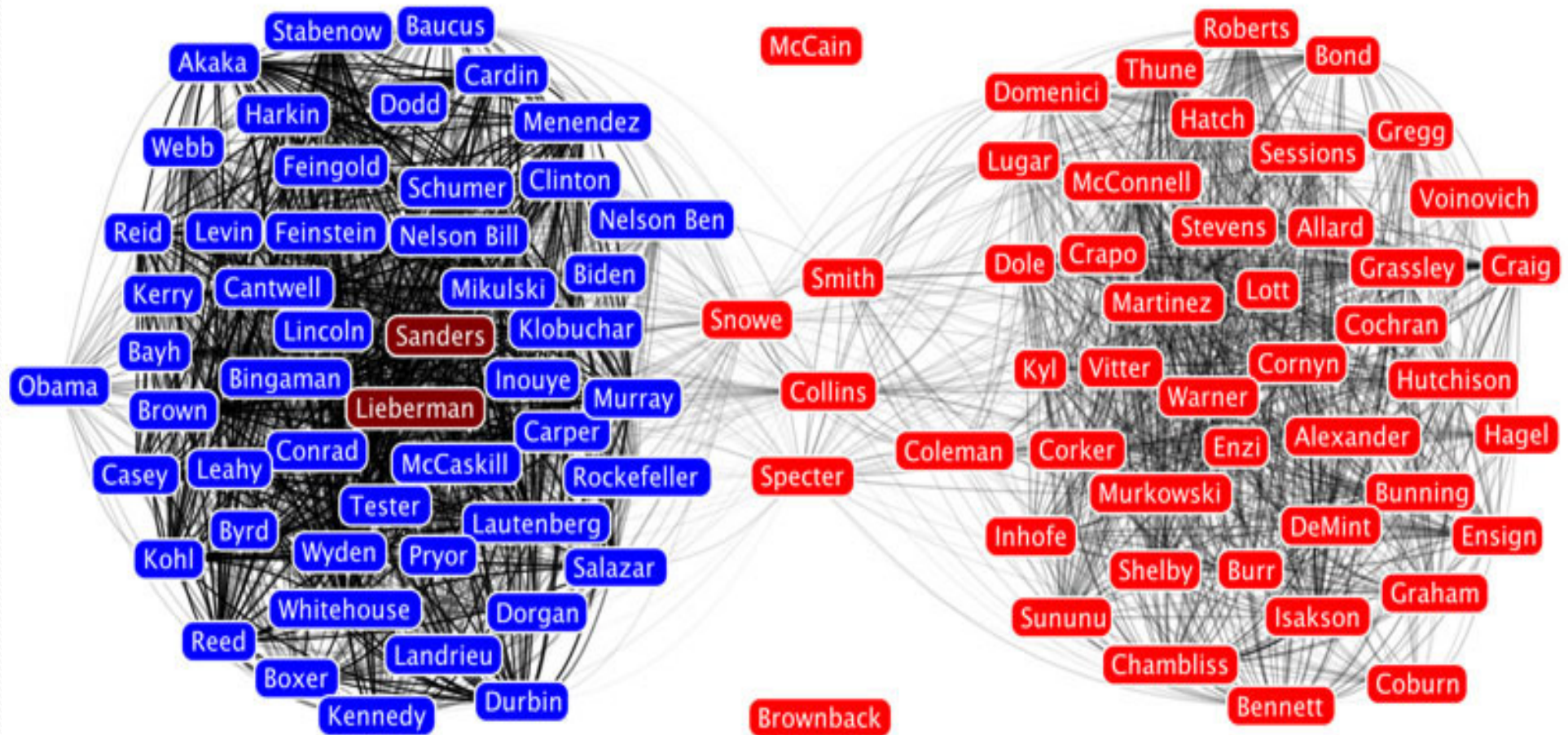
internet

Redes Complexas

Espaço de produtos

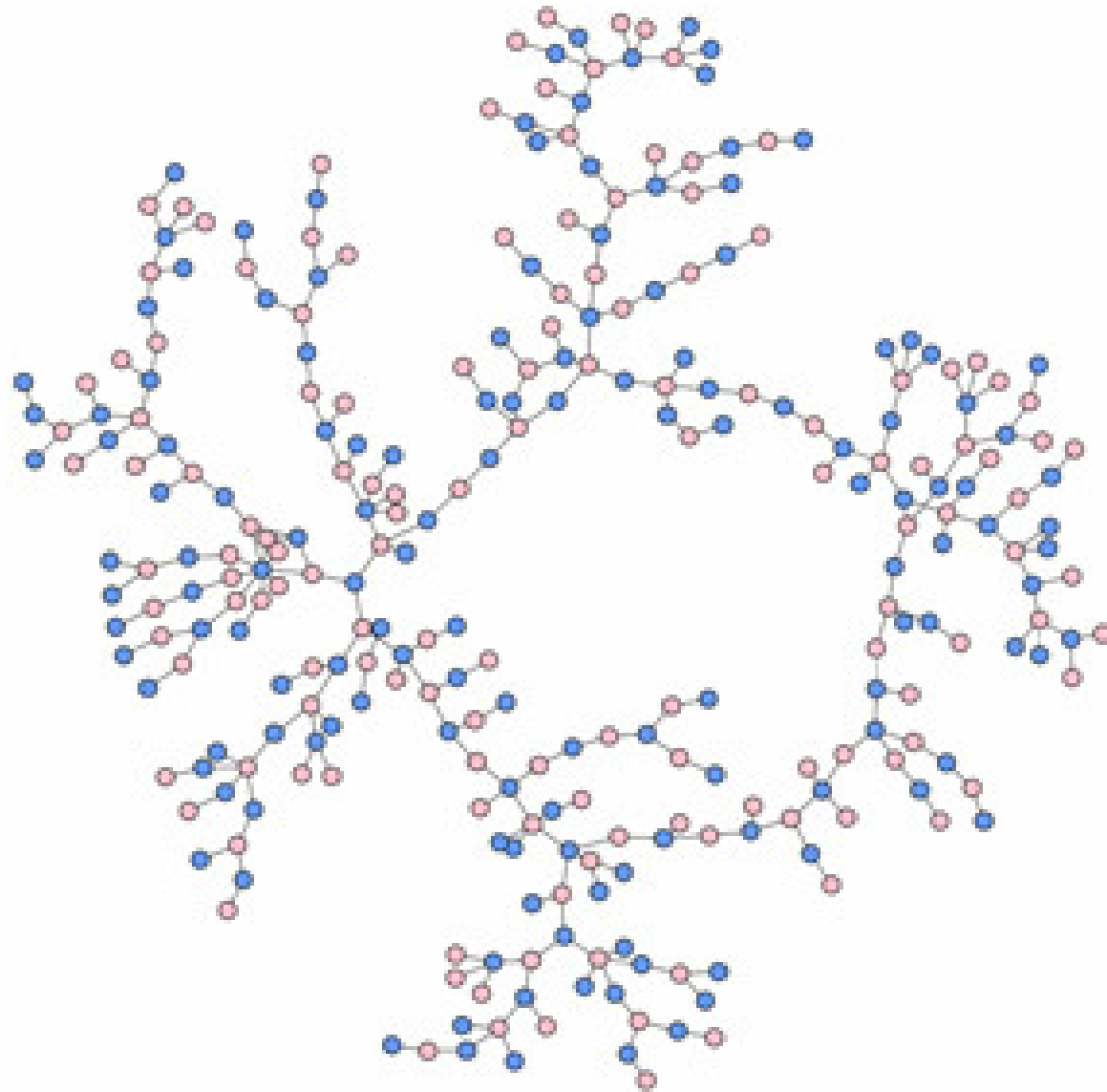


Redes Complexas



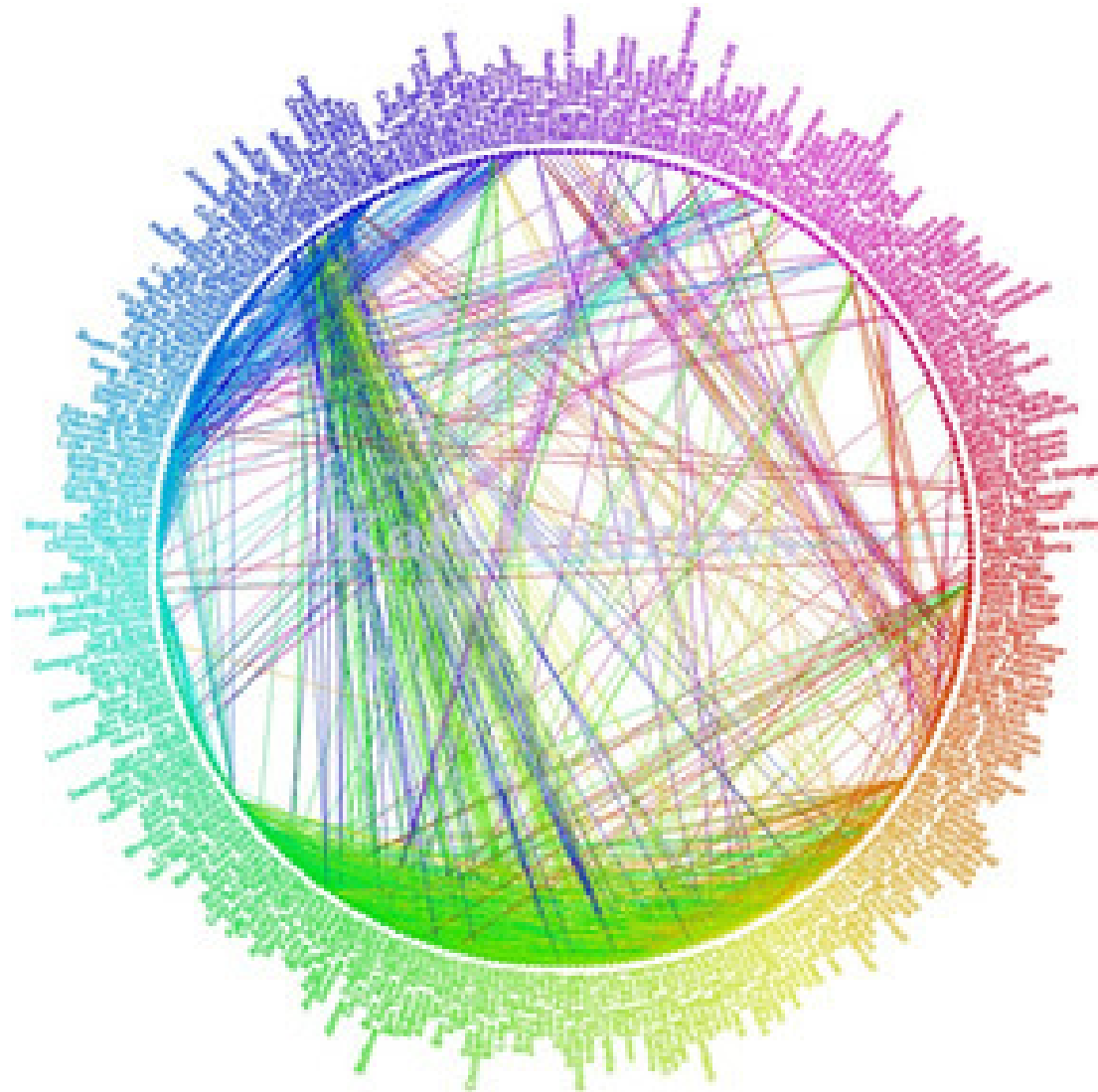
Padrões de votação no senado americano

Redes Complexas



Relacionamentos em uma high-school

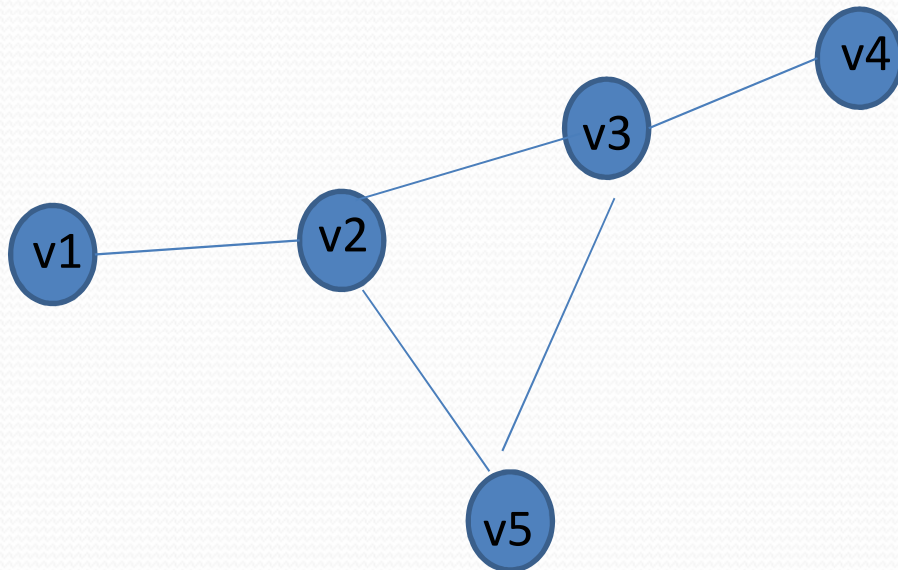
Redes Complexas



Facebook

Representação Matemática

• Matriz de Associação (Adjacência)



| | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 |
|----|----|----|----|----|----|
| v1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| v2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| v3 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| v4 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| v5 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |

Grafo não-direcionado = matriz simétrica

Métricas das redes complexas

ℓ - caminho médio

bc - centralidade de intermediação

cc_r - centralidade de proximidade

cc - coeficiente de agrupamento

k - conectividade

ρ - densidade

ℓ_{max} - diâmetro da rede

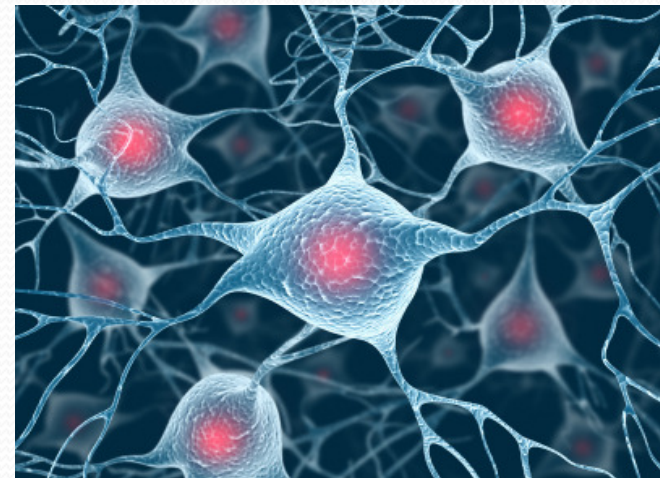
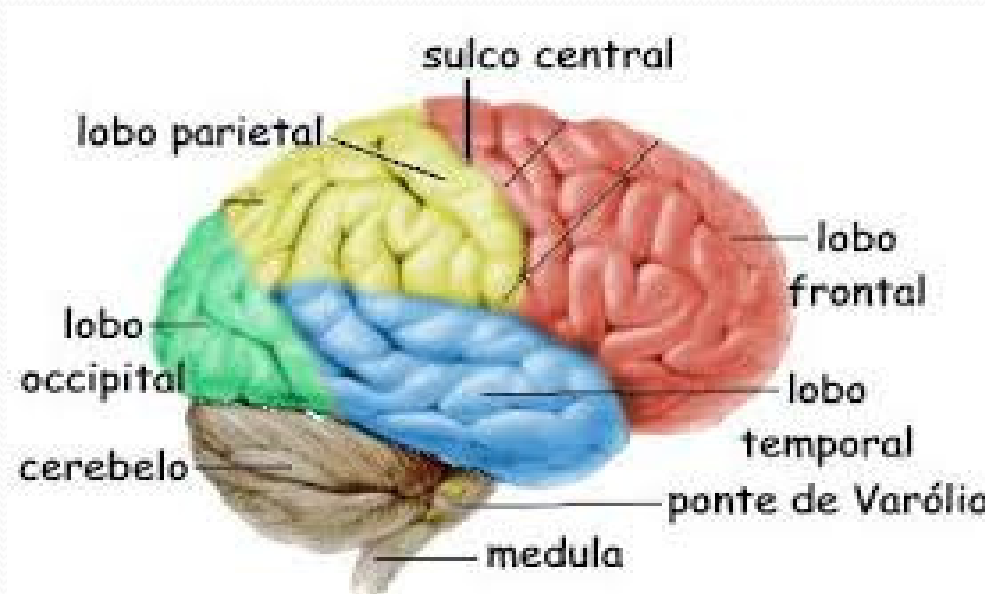
H - entropia da rede

s - força

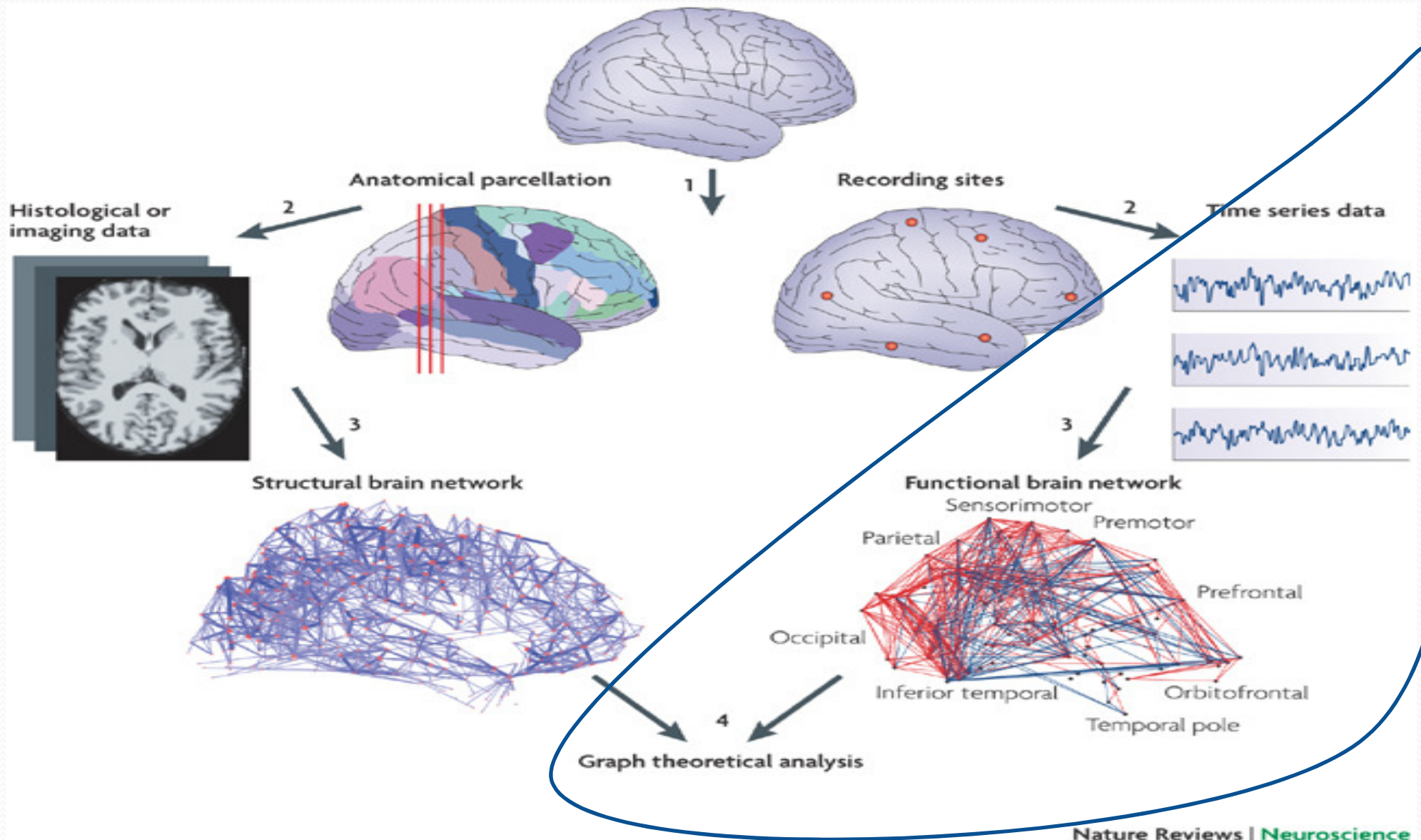
k_c - k -cores

Redes Complexas aplicada ao EEG

- O cérebro é o sistema complexo mais conhecido pelo homem estrutural e funcional



Criando redes complexas para o cérebro



Objetivos

Objetivo geral

Identificar padrões do EEG para diagnosticar condições normais e epilépticas a partir das métricas de redes complexas.

objetivos específicos assim definidos:

- reconstruir os espaços de fase das séries temporais do EEG;
- transformar os espaços de fase em redes complexas;
- calcular as métricas das redes;
- utilizar testes estatísticos para analisar as médias das métricas e identificar diferenças significativas entre os grupos de registros.

Sistemas Complexos como fundamento para análise dos Sistemas Dinâmicos não lineares

Sistemas Complexos em geral são dinâmicos e não-linear fora do equilíbrio, caracterizados por estados que mudam com o tempo. São usados para modelar e fazer previsões de sistemas físicos, biológicos, financeiros, etc. O que torna um sistema dinâmico não-linear é se a função especificando a mudança é não linear. Não se seu comportamento é não-linear. E Y é uma função não linear de X , se x é multiplicado por outra (não constante) variável, ou função de potencia.

Para definir um sistema dinâmico precisamos de três ingredientes:

Espaço de fase

Equações de movimento

Medida de distância

Classes de sistemas dinâmicos

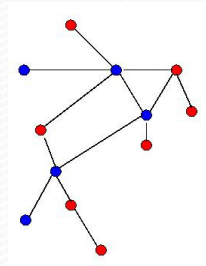
- **Discretos** $x_{n+1} = f(x_n)$

- **Contínuos** $\dot{x} = f(x)$

- **Campos** $\frac{\partial \phi(x,t)}{\partial t} = D[\phi(x,t)] + \psi(x,t)$

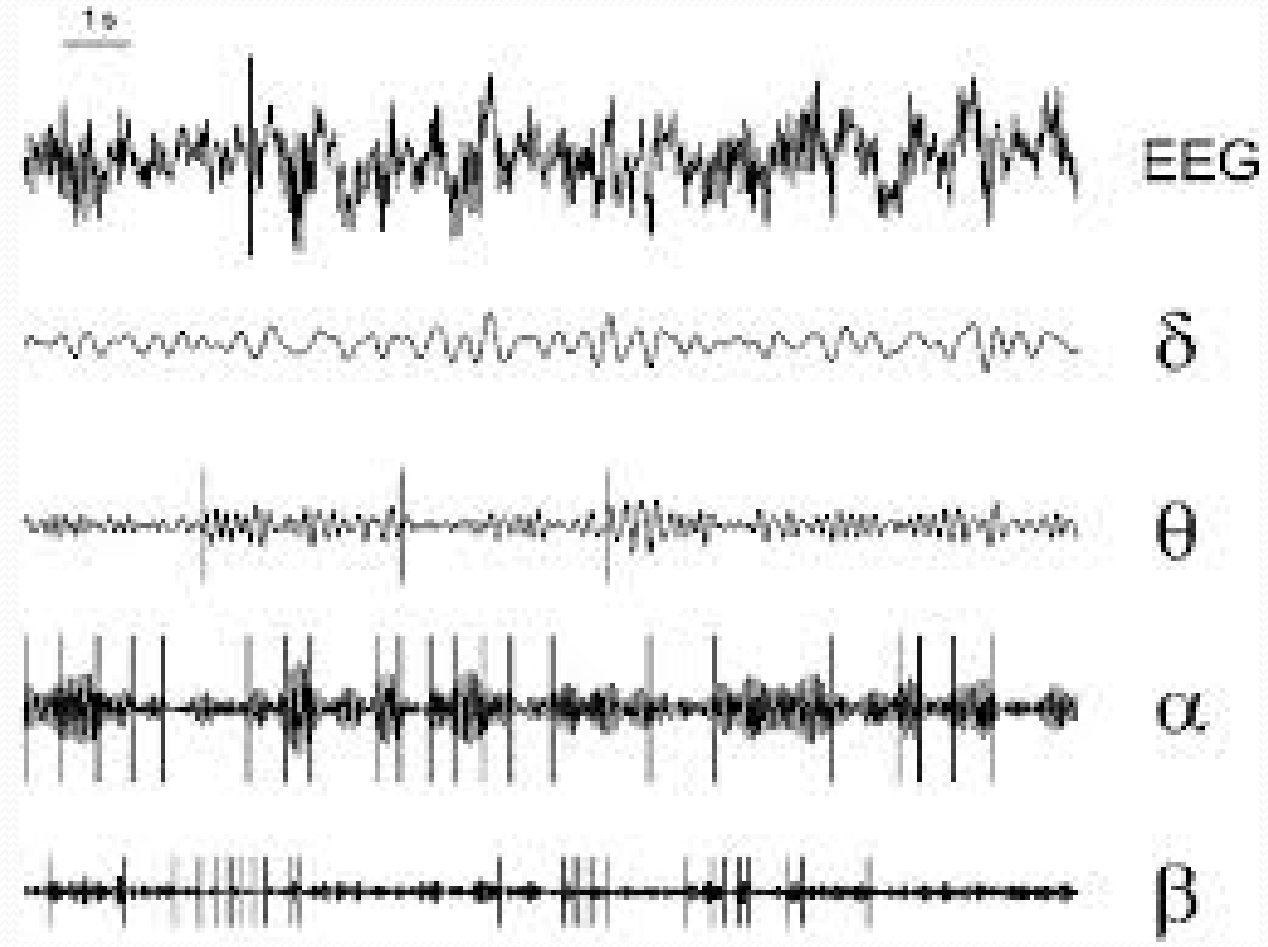
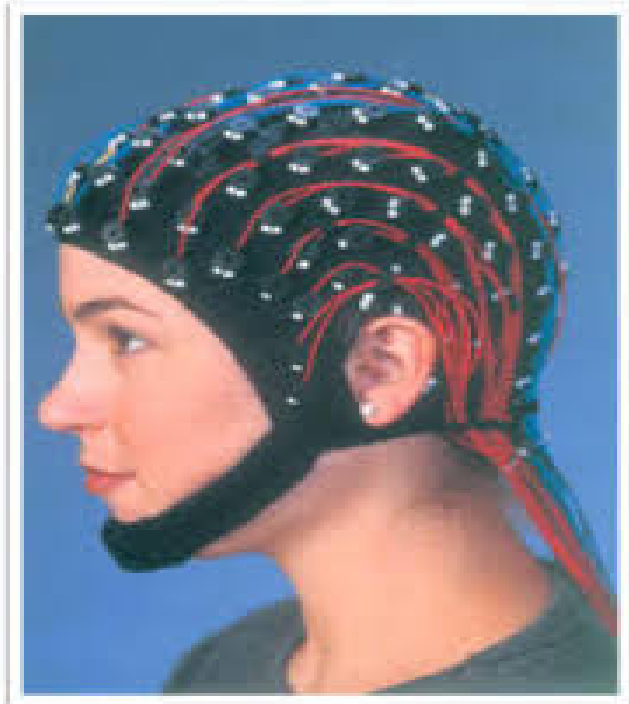
- **Autômato celular** $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & & i & \dots & M \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \dots & \bullet \end{matrix} \quad a_{n+1}^i = F[\{a_n^j\}_{j \in U_i}]$

- **Redes complexas**



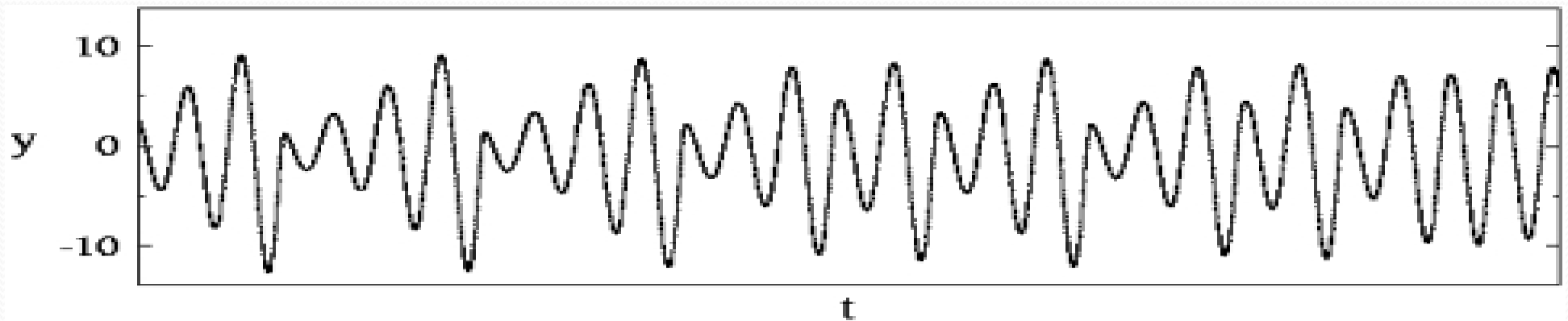
$$a_{n+1}^i = F[\{a_n^j\}_{j \in V_i}]$$

Eletroencefalograma (EEG) como um sistema dinâmico não linear

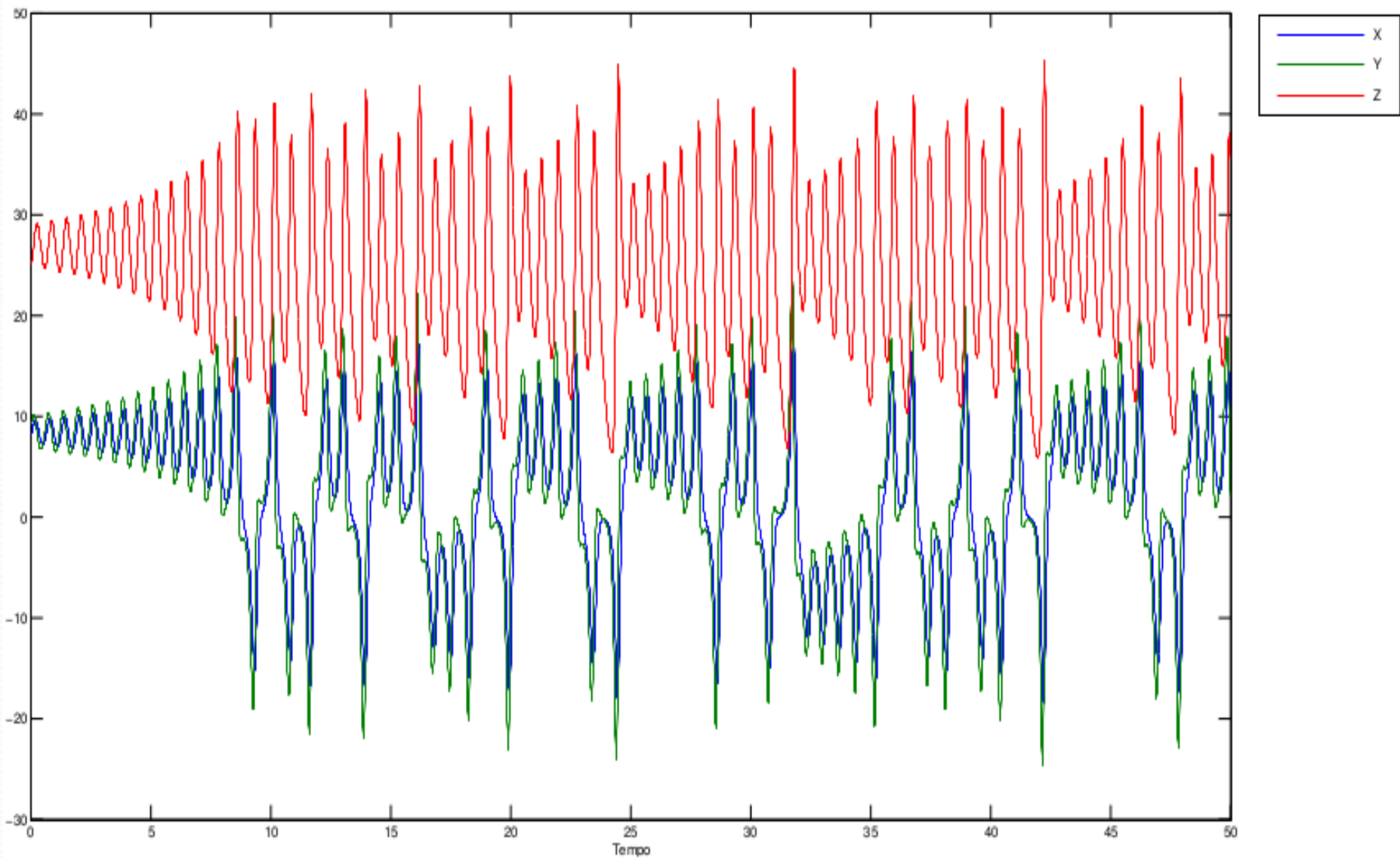


Análise não linear de séries temporais

$$y(t_k) = y(t_1), y(t_2), \dots, y(t_n)$$



Análise não linear da séries temporal do modelo caótico de Lorenz



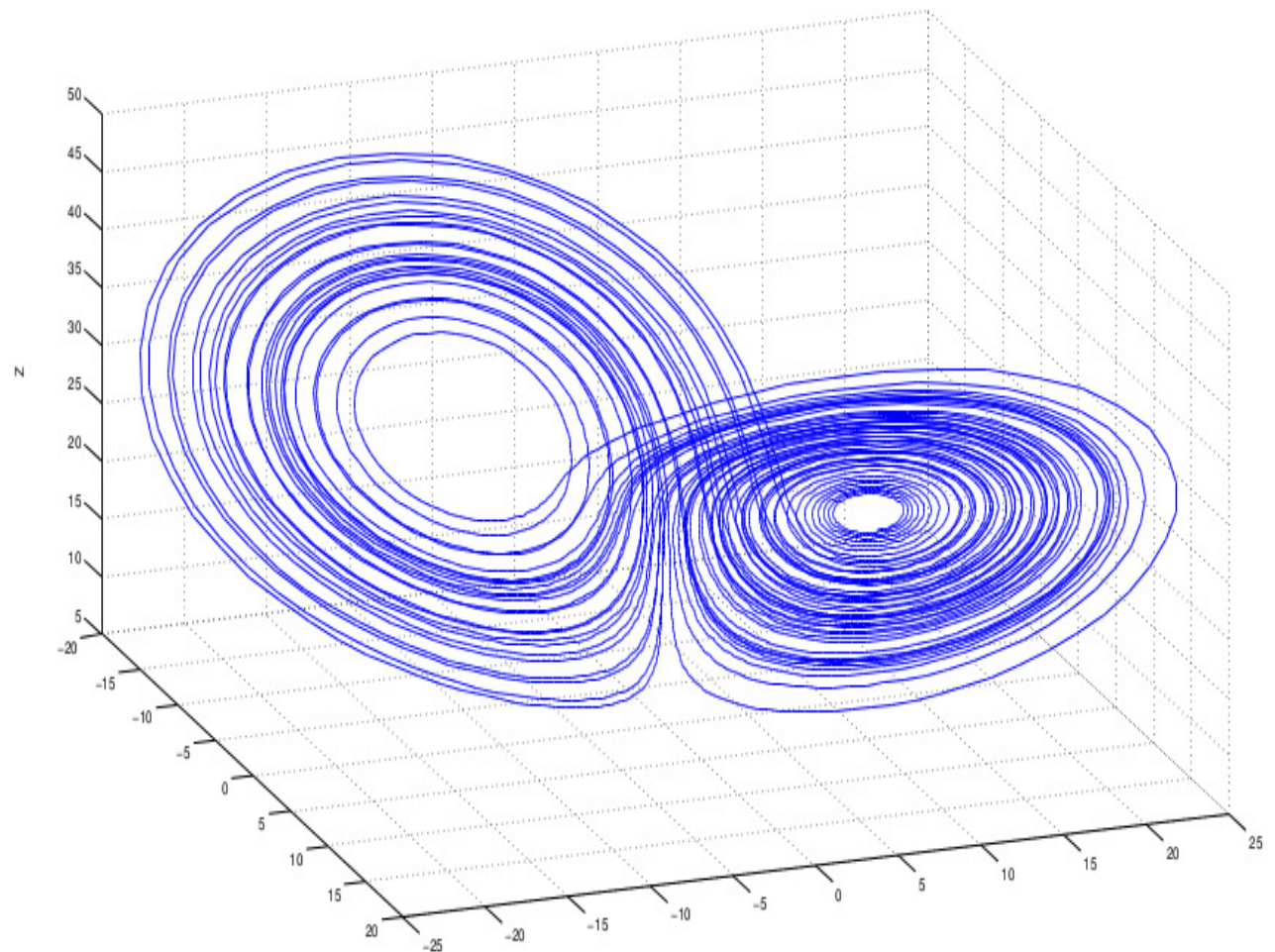
Análise da séries de Lorenz para estudos climáticos temporais

O espaço de fase

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(-x + y)$$

$$\frac{dy}{dt} = rx - y - xz$$

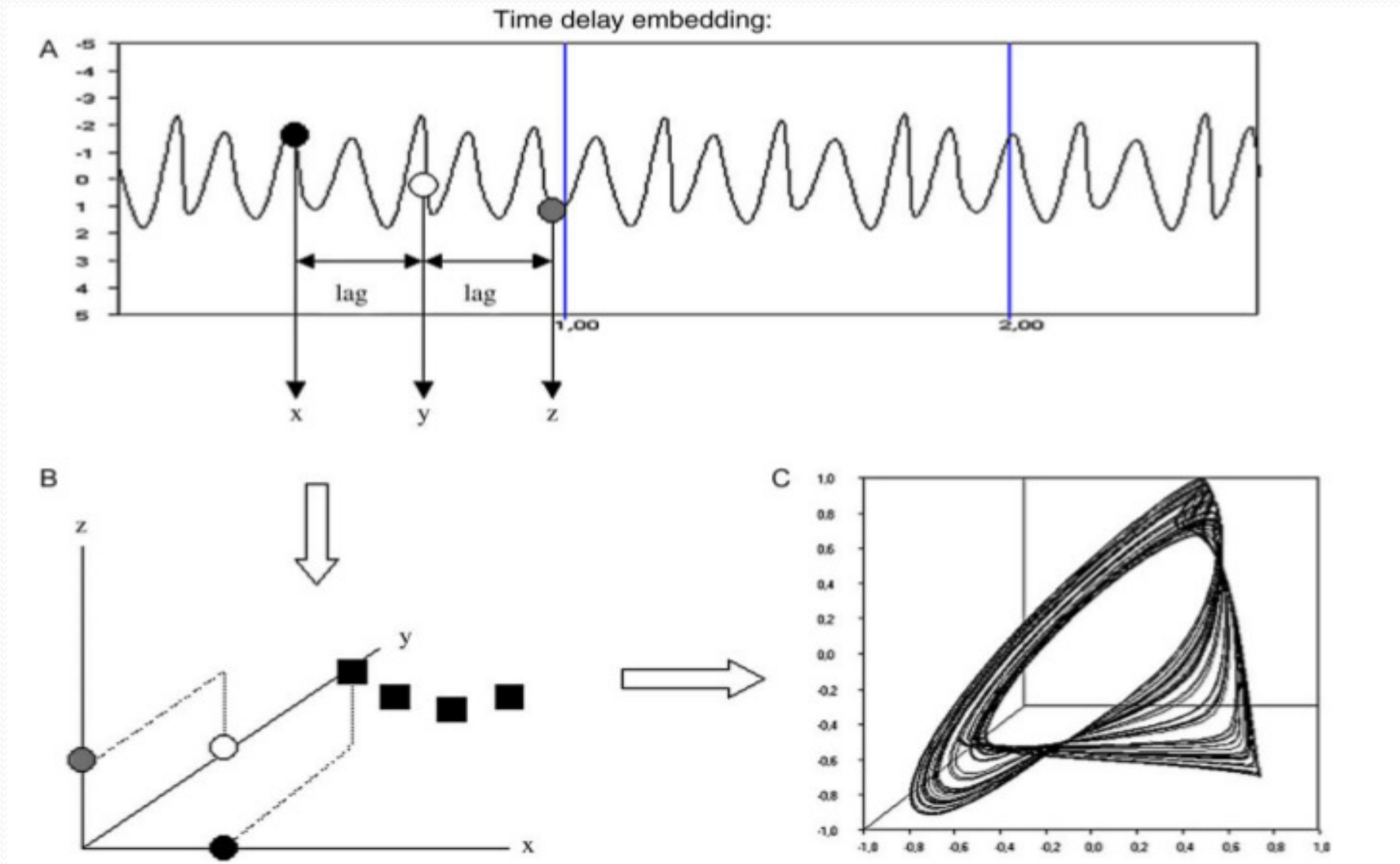
$$\frac{dz}{dt} = -\beta z + xy$$



Análise não linear da séries Temporais

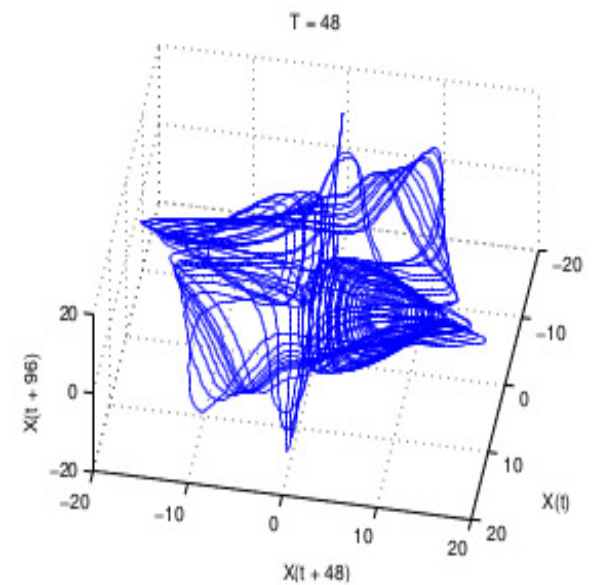
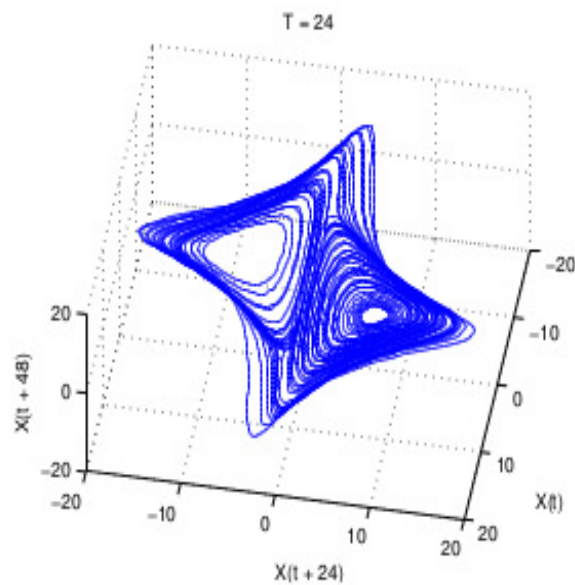
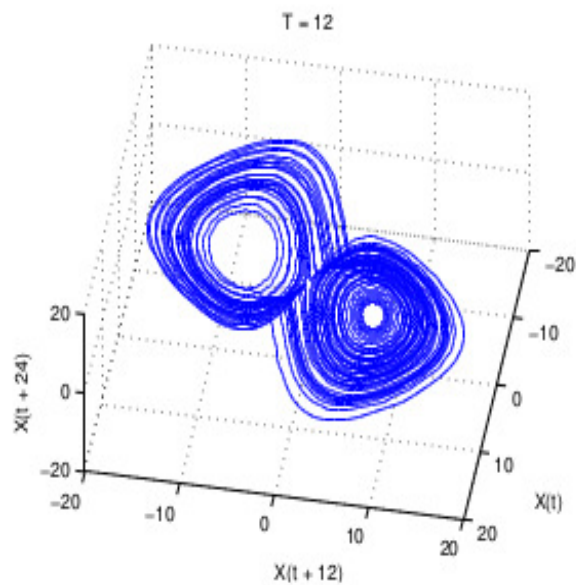
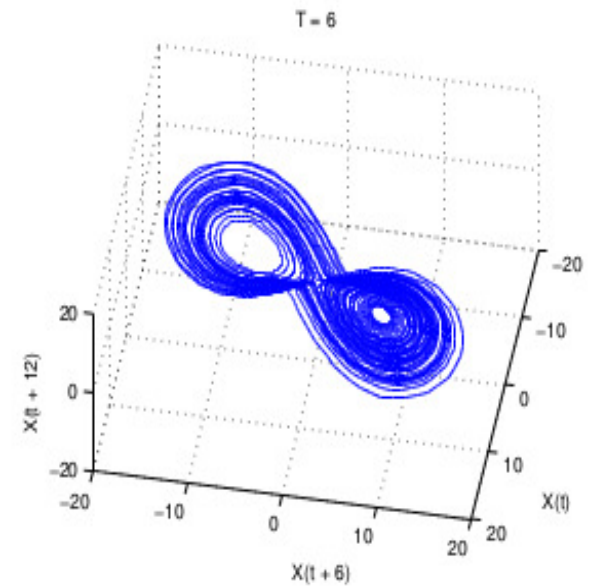
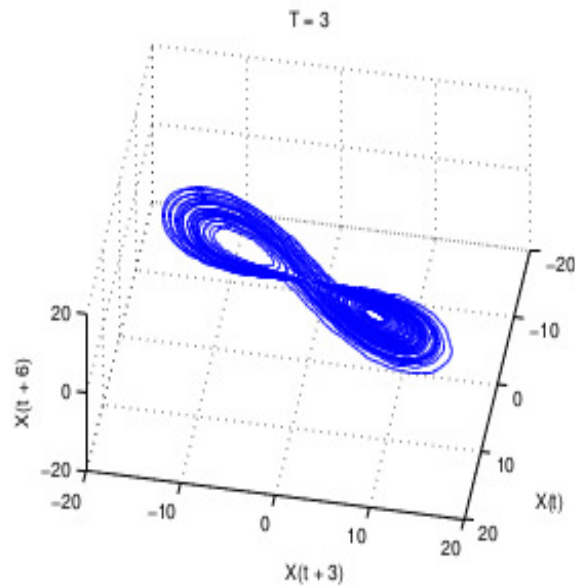
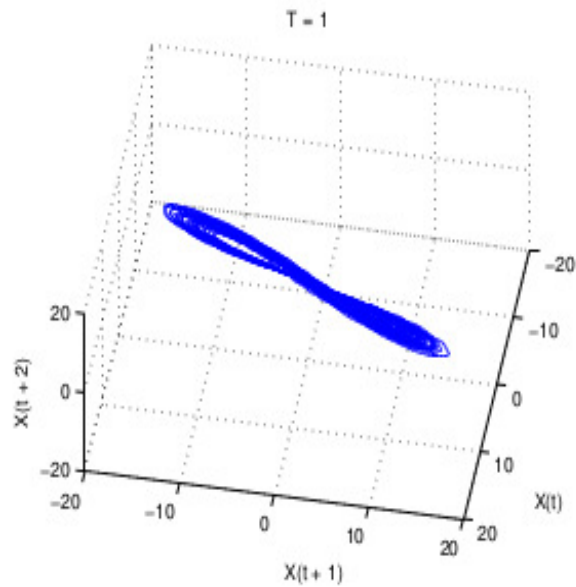
O espaço de fase reconstruído

1. Tempo de defasagem para reconstrução do espaço de fase



Análise não linear da séries Temporais

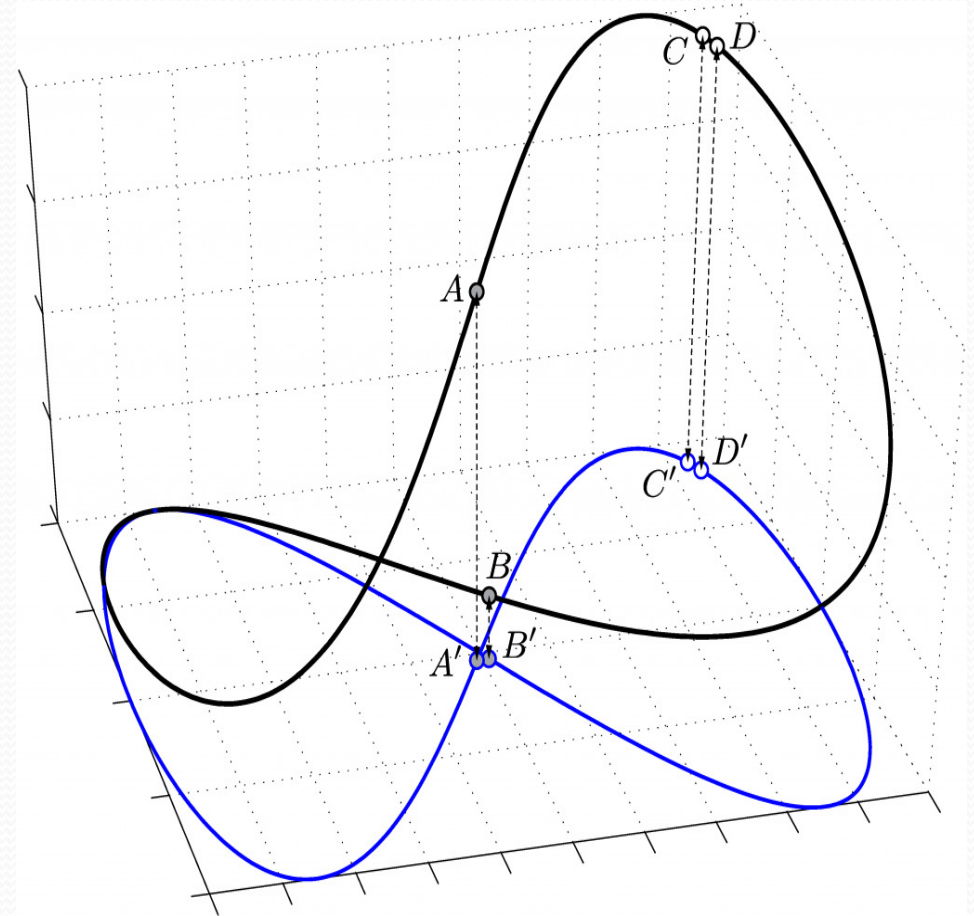
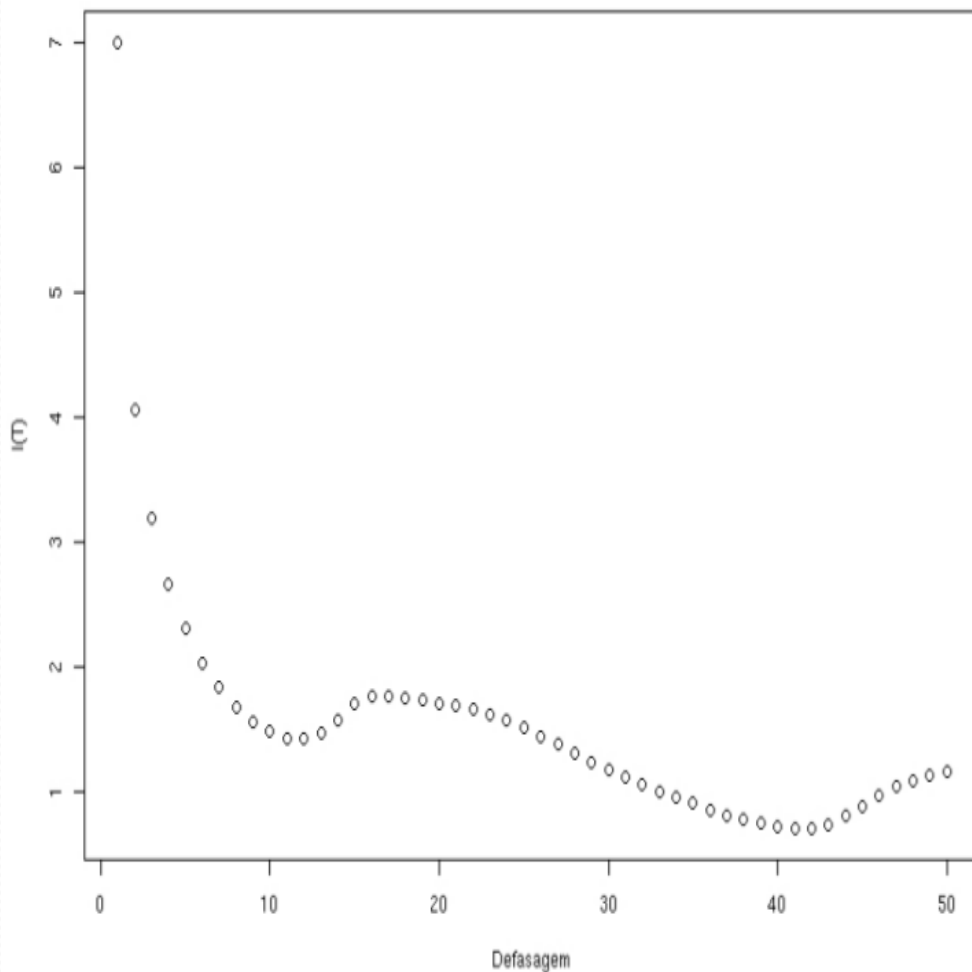
Diferentes tempo de defasagem para reconstrução do espaço de fase



Análise não linear da séries Temporais

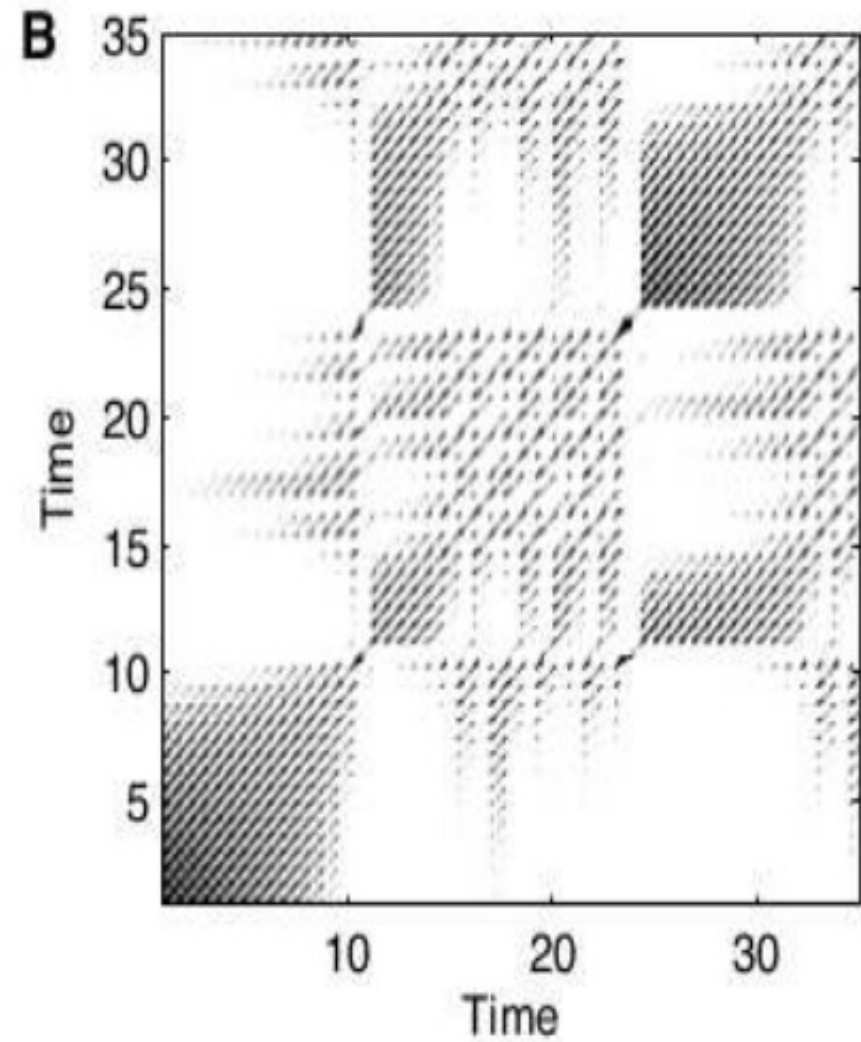
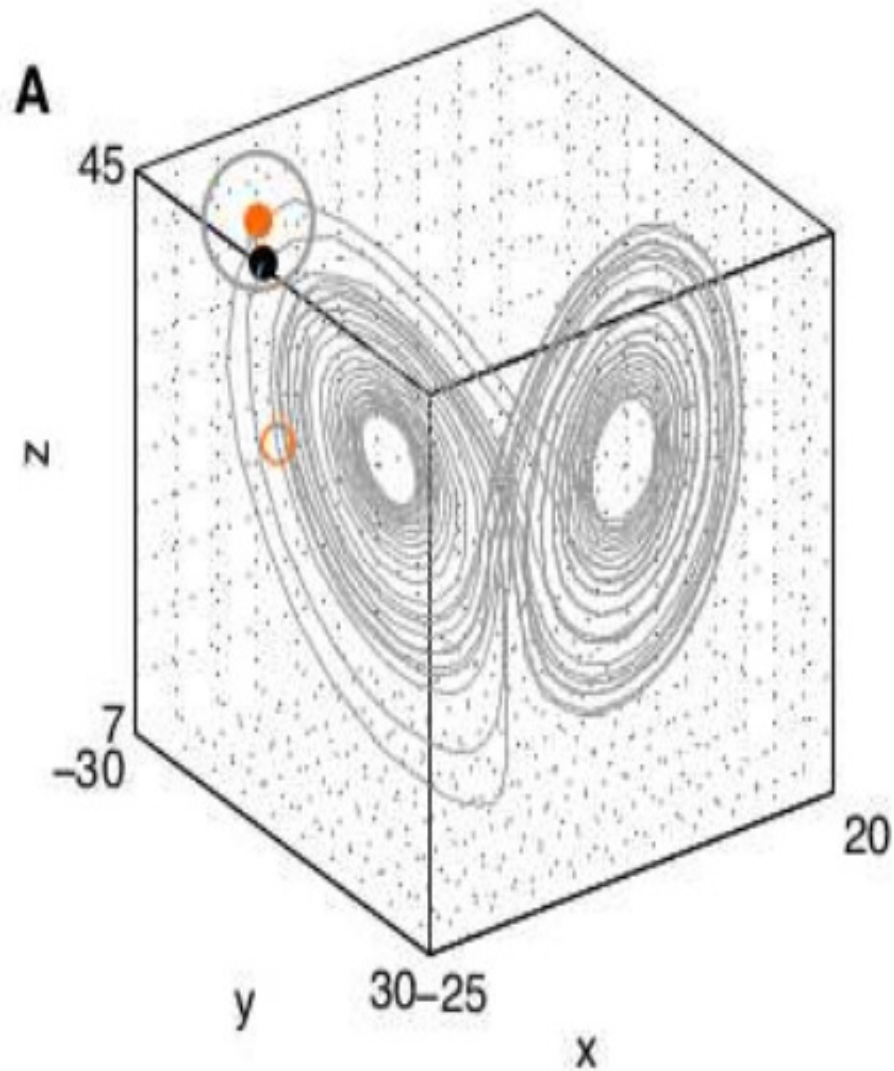
Dimensão de imersão para reconstrução do espaço de fase

- 1. Método de coordenadas defasadas (MCD)
- 2. Método de falsos vizinhos próximos



Análise não linear da séries Temporais

Diagrama de recorrência



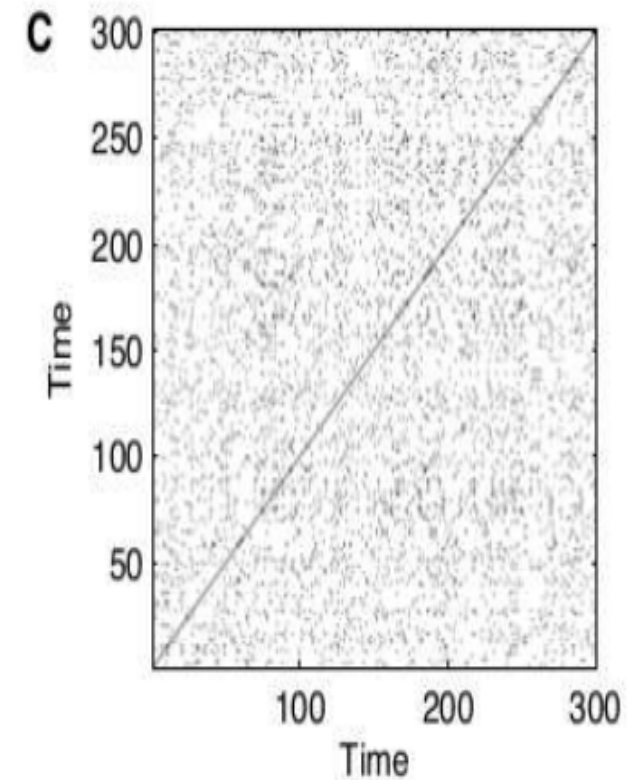
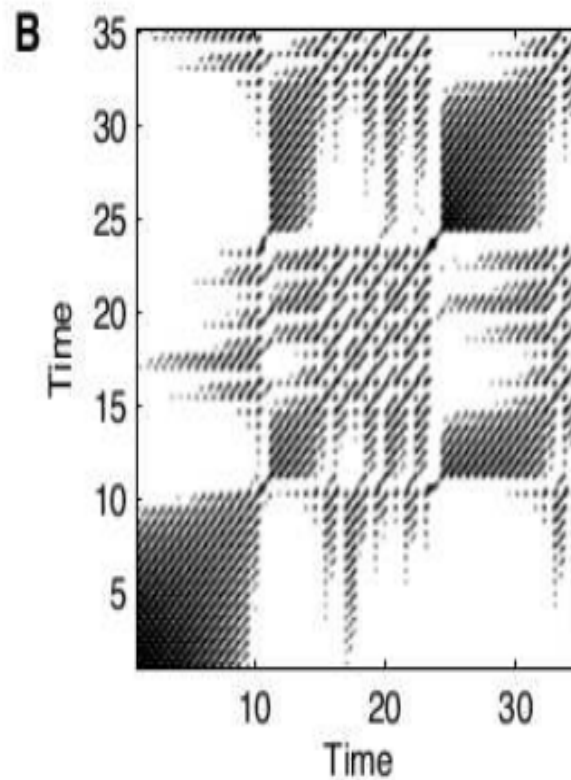
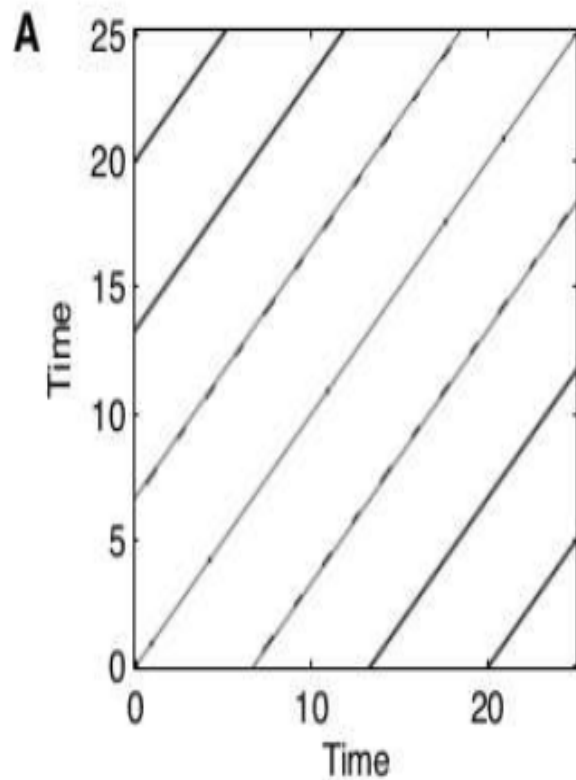
Análise não linear da séries Temporais

Diagrama de recorrência versus modelos dinâmicos

Periódico

Determinístico

Aleatório



Material e métodos

As séries temporais – Epilepsy Center Born Alemanha

Os EEG estão organizados em cinco grupos (A, B, C, D e E) com 100 segmentos de 23,6 s

A – Grupos de olhos abertos (AO)

B- Grupos de olhos fechados (OF)

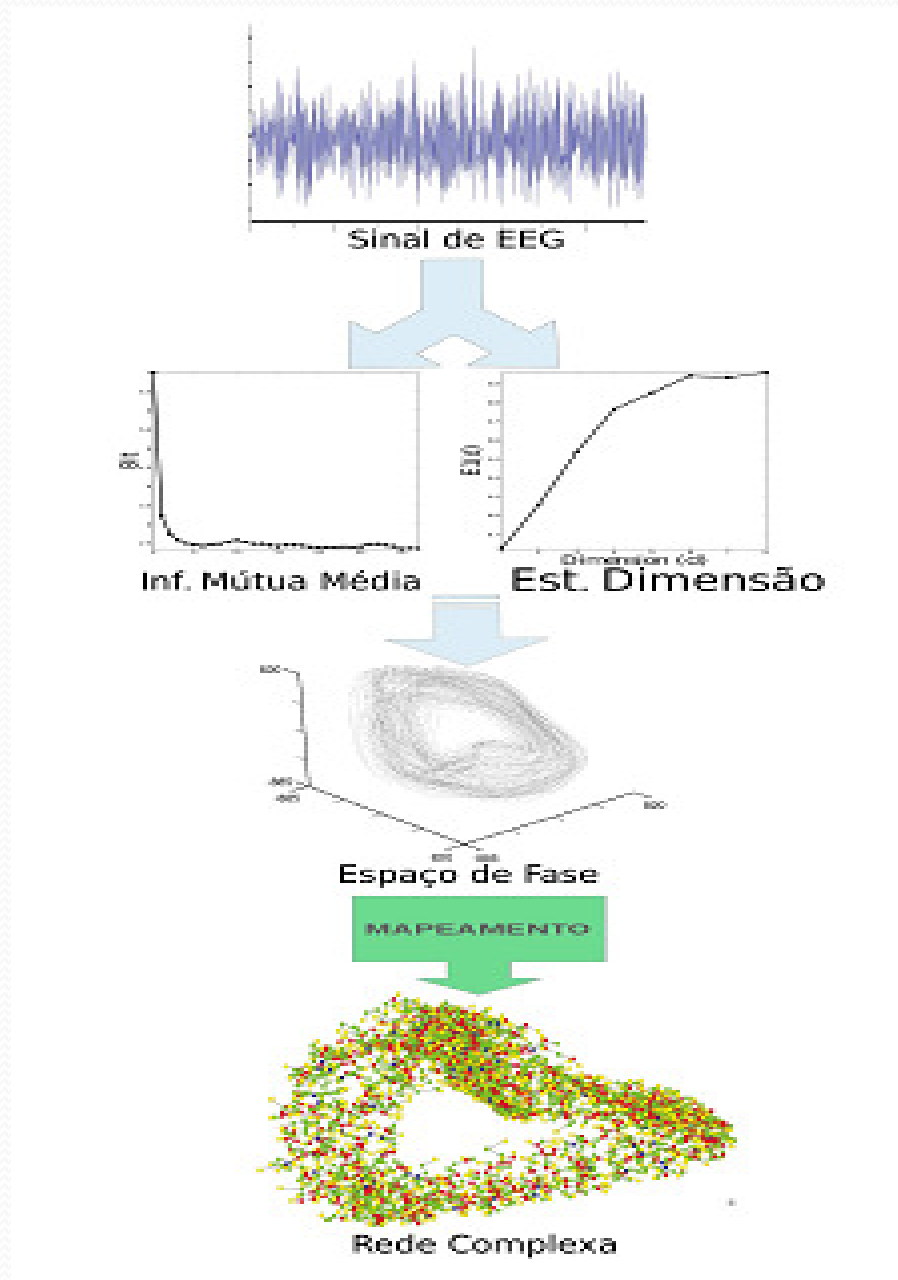
C – Grupos da formação hipocampal oposto (HO)

D- Grupo da região Epiléptica (RE)

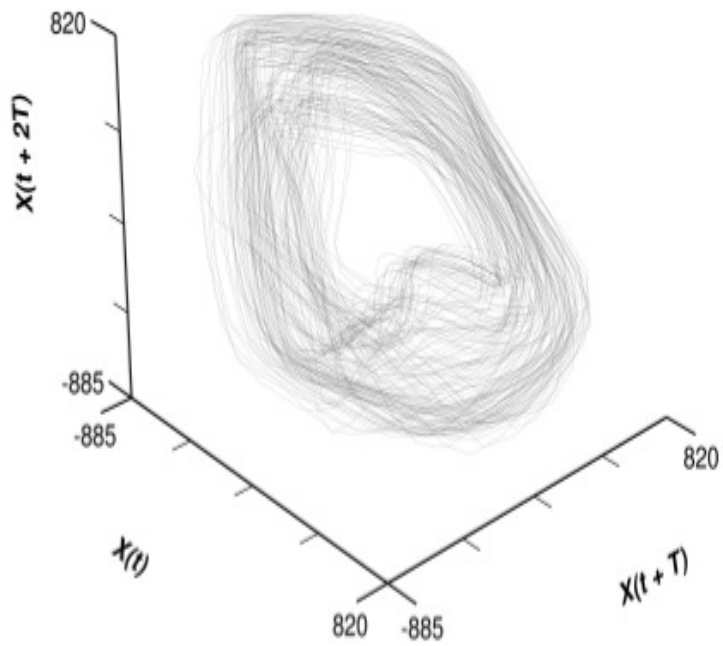
E- Grupo de atividade epiléptica (AE)



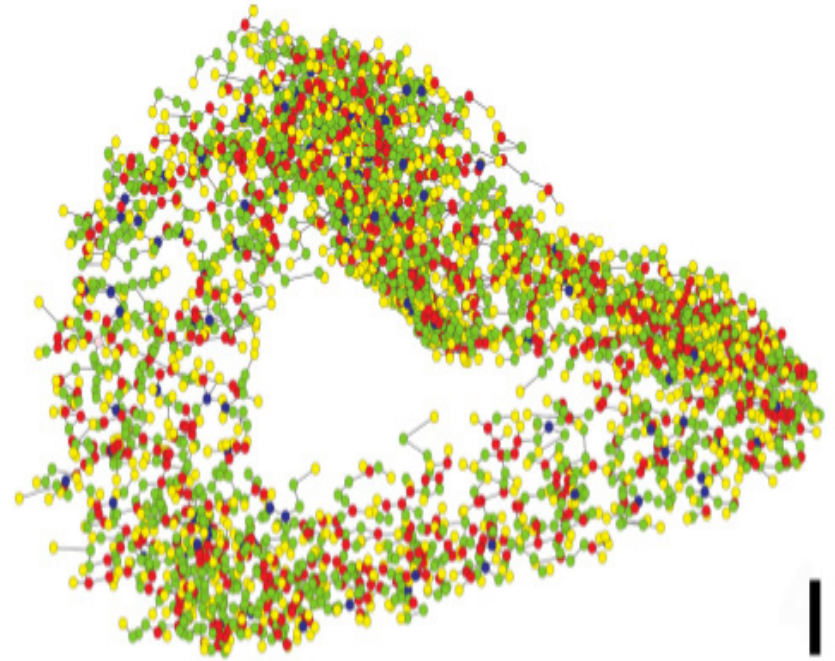
Mapeando uma serie temporal em uma rede complexas



Processamento das séries de EEG



D



I

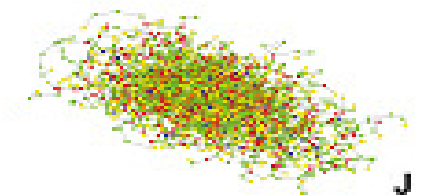
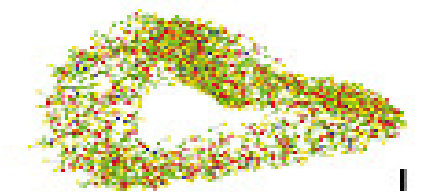
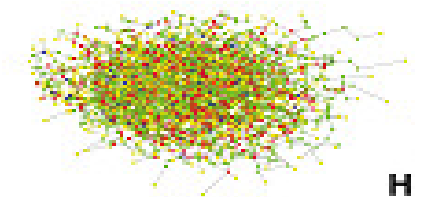
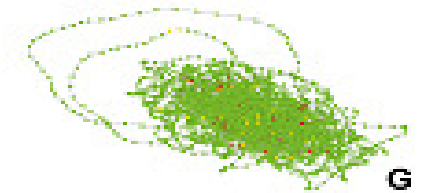
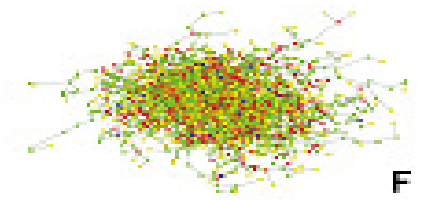
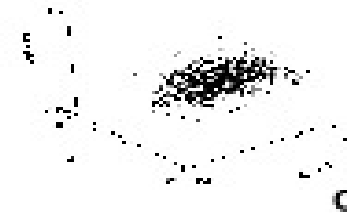
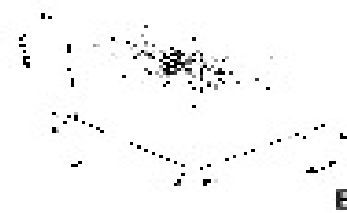
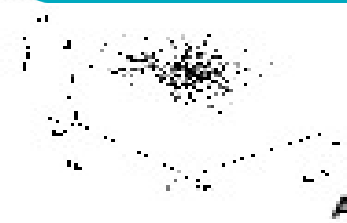
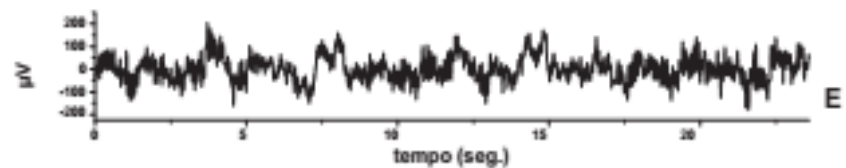
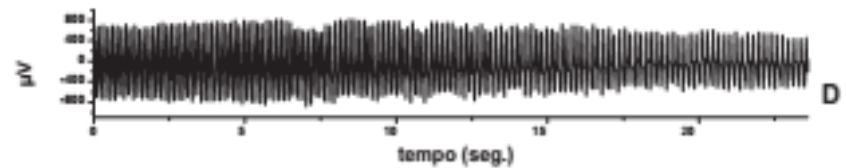
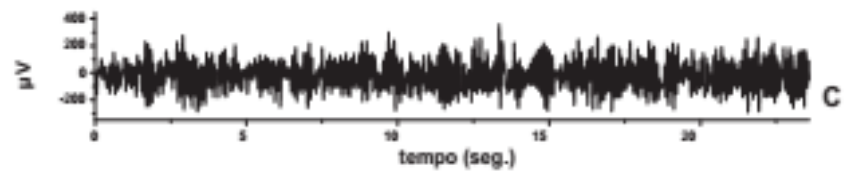
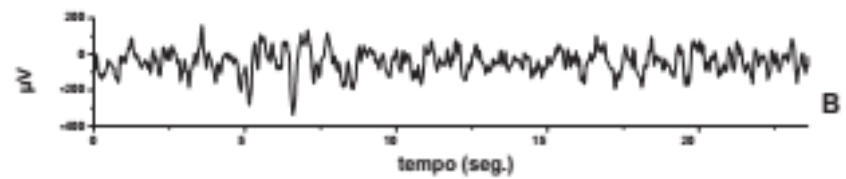
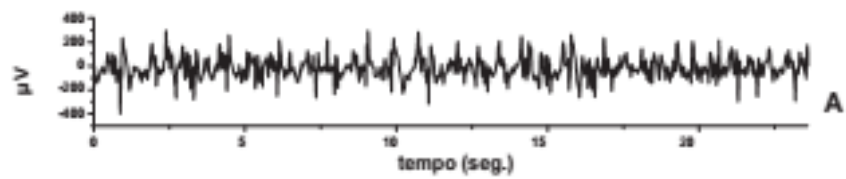


Figura 4.1: (A), (B), (C), (D) e (E) são amostras de registros do EEG de pacientes nas condições OA, OF, HO, AE e RE, respectivamente.

| Condições de registro do EEG. | | | | | |
|-------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $(\mu \pm \sigma)$ | | | | | |
| Métricas | OA | OF | HO | RE | AE |
| $\langle k \rangle$ | 2.04449 ± 0.037 | 2.04592 ± 0.042 | 2.02001 ± 0.011 | 2.00240 ± 0.004 | 2.04497 ± 0.020 |
| $\langle k_c \rangle$ | 1.20387 ± 0.091 | 1.20673 ± 0.099 | 1.13813 ± 0.048 | 1.03480 ± 0.040 | 1.22104 ± 0.051 |
| $\langle cc_r \rangle$ | 0.01212 ± 0.002 | 0.01284 ± 0.002 | 0.01413 ± 0.002 | 0.01123 ± 0.002 | 0.01361 ± 0.002 |
| $\langle s \rangle$ | 20.99867 ± 27.360 | 17.32220 ± 9.260 | 22.81077 ± 7.988 | 136.72623 ± 138.650 | 14.06366 ± 2.710 |
| $\langle bc \rangle$ | 0.02181 ± 0.006 | 0.02060 ± 0.006 | 0.01805 ± 0.002 | 0.02361 ± 0.005 | 0.01867 ± 0.002 |
| $\langle H \rangle$ | 0.50452 ± 0.040 | 0.49868 ± 0.069 | 0.51037 ± 0.008 | 0.51080 ± 0.018 | 0.51527 ± 0.007 |
| $\langle \rho \rangle$ | $5.02E - 04 \pm 8.79E - 06$ | $5.02E - 04 \pm 1.09E - 05$ | $4.94E - 04 \pm 2.74E - 06$ | $4.91E - 04 \pm 1.94E - 06$ | $5.01E - 04 \pm 4.89E - 06$ |
| $\langle cc \rangle$ | 0.02748 ± 0.019 | 0.02796 ± 0.021 | 0.01385 ± 0.007 | 0.00211 ± 0.003 | 0.02904 ± 0.011 |
| $\langle \ell \rangle$ | 89.81332 ± 24.150 | 84.81735 ± 22.770 | 74.74157 ± 9.806 | 97.19151 ± 21.950 | 77.24444 ± 9.328 |
| $\langle \ell_{max} \rangle$ | 239.69000 ± 78.210 | 227.17000 ± 74.260 | 179.8800 ± 28.440 | 249.9200 ± 69.4900 | 192.5600 ± 29.060 |

Tabela 4.1: Médias(μ) e desvios (σ) das métricas das redes obtidas nas condições: olhos abertos (OA) e fechados (OF), registro no hemisfério oposto após a remoção cirurgica da região epileptogênica no hipocampo (HO), registro da atividade epileptogênica durante a convulsão (AE) e na região epileptogênica do hipocampo (RE).

Resultados e Discussão

Condições de registro do EEG.

| Métricas | <i>P</i> <i>KS</i> | | | | | | | | | |
|------------------------------|--------------------|-------|----------|--------|--------|-------|----------|-------|--------|-------|
| | OA | | OF | | HO | | RE | | AE | |
| $\langle k \rangle$ | 0.0073 | 0.168 | 0.0017 | 0.188 | > 0.10 | 0.075 | < 0.0001 | 0.241 | 0.0034 | 0.179 |
| $\langle k_c \rangle$ | > 0.10 | 0.074 | > 0.10 | 0.088 | > 0.10 | 0.088 | 0.0026 | 0.182 | 0.0581 | 0.133 |
| $\langle cc_r \rangle$ | > 0.10 | 0.084 | > 0.10 | 0.118 | > 0.10 | 0.104 | > 0.10 | 0.080 | > 0.10 | 0.073 |
| $\langle s \rangle$ | < 0.0001 | 0.310 | 0.0349 | 0.142 | 0.0136 | 0.158 | < 0.0001 | 0.223 | > 0.10 | 0.098 |
| $\langle bc \rangle$ | 0.0019 | 0.186 | < 0.0001 | 0.245 | > 0.10 | 0.069 | > 0.10 | 0.084 | > 0.10 | 0.101 |
| $\langle H \rangle$ | < 0.0001 | 0.292 | < 0.0001 | 0.4108 | 0.0295 | 0.145 | 0.0001 | 0.220 | > 0.10 | 0.120 |
| $\langle \rho \rangle$ | 0.0019 | 0.187 | 0.0002 | 0.213 | 0.0698 | 0.130 | 0.0002 | 0.215 | 0.0004 | 0.206 |
| $\langle cc \rangle$ | 0.0451 | 0.138 | 0.0136 | 0.158 | > 0.10 | 0.100 | < 0.0001 | 0.236 | 0.0126 | 0.159 |
| $\langle \ell \rangle$ | 0.0025 | 0.183 | < 0.0001 | 0.240 | > 0.10 | 0.070 | > 0.10 | 0.082 | > 0.10 | 0.102 |
| $\langle \ell_{max} \rangle$ | 0.0045 | 0.175 | 0.0001 | 0.219 | > 0.10 | 0.048 | > 0.10 | 0.087 | > 0.10 | 0.119 |

Tabela 4.2: Temos na tabela o *P*-valor (*P*) e as estatísticas do teste Kolmogorov-Smirnov (*KS*).

Comparação das condições de registro do EEG.

| Métricas | P e (Significância) | | | | | | | | | |
|------------------------------|---------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | OA x OF | OA x HO | OA x RE | OA x AE | OF x HO | OF x RE | OF x AE | HO x RE | HO x AE | RE x AE |
| $\langle k \rangle$ | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) |
| $\langle k_c \rangle$ | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) |
| $\langle cc_r \rangle$ | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.05 (*) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) |
| $\langle s \rangle$ | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P<0.05 (*) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) |
| $\langle bc \rangle$ | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P<0.05 (*) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) |
| $\langle H \rangle$ | P>0.05 (ns) | P>0.05 (ns) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P>0.05 (ns) | P<0.01 (**) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) |
| $\langle \rho \rangle$ | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) |
| $\langle cc \rangle$ | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) |
| $\langle \ell \rangle$ | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P<0.05 (*) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) |
| $\langle \ell_{max} \rangle$ | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P<0.001 (***) | P<0.001 (***) | P>0.05 (ns) | P>0.05 (ns) |

Tabela 4.3: Comparação dois-a-dois das métricas das redes dos grupos nas diferentes condições usando o teste post-hoc de Dunn, com $\alpha = 0.05$.

Os níveis de significância são: (ns) - não significante, (*) significante, (**) muito significante e (***) extremamente significante.

Conclusões

1. Todas as métricas demonstraram que os grupos com olhos abertos e fechados são iguais.
2. Em torno de 90% das métricas dos grupos normais (OA e OF) foram diferentes da condição (HO).
3. 60% das métricas na condição (OA) e 80% das métricas na condição (OF), apresentaram diferenças estatística em relação à condição (RE).
4. 60% e 40% foram significativamente diferentes para as condições (OA) e (OF) respectivamente quando comparados com o grupo (AE).
5. As métricas para os grupos cirurgiados (HO e RE) encontrados aqui diferiram em 90%.
6. A diferença estatística das métricas dos grupos cirurgiados (HO e RE) e com atividade epiléptica (AE) foram de 60% e 90% para os grupos cirurgiados de epilepsia e do lado oposto a cirurgia respectivamente.

Trabalhos Futuros

1. Aplicação de outros métodos de reconstrução do espaço de fase para dimensões elevadas, de modo a permitir uma análise comparativa segura entre condições representadas em diferentes dimensões com uso das métricas das redes reconstruídas.
2. Otimização do processo de mapeamento, bem como, a automação na identificação de padrões para classificação posterior das características encontradas.
3. Realizar estudo comparativo entre diferentes métodos de mapeamentos de séries temporais em redes complexas, além de implementar ferramentas que facilitem esse tipo de análise.